

Beugung an Mehrfachspalten und Gittern

NACHWEIS DER WELLENNATUR DES LICHTS UND BESTIMMUNG DER WELLENLÄNGE.

- Untersuchung der Beugung an Doppelspalten mit verschiedenen Spaltabständen.
- Untersuchung der Beugung an Doppelspalten mit verschiedenen Spaltbreiten.
- Untersuchung der Beugung an Mehrfachspalten mit verschiedenen Spaltanzahlen.
- Untersuchung der Beugung am Strichgitter und am Kreuzgitter.

UE4030200

11/15 JS/UD



Fig. 1: Messanordnung.

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Beugung des Lichts an Mehrfachspalten und Gittern lässt sich durch die Überlagerung der kohärenten Elementarwellen beschreiben, die nach dem Huygens'schen Prinzip von jedem beleuchteten Punkt in einem Mehrfachspalt ausgehen. Die Überlagerung führt in bestimmten Richtungen zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz und erklärt so das hinter dem Mehrfachspalt zu beobachtende System aus hellen und dunklen Streifen.

Hinter einem Doppelspalt ist die Intensität unter einem Beobachtungswinkel α_n maximal, wenn es zu jeder Elementarwelle aus dem ersten Spalt genau eine Elementarwelle aus dem zweiten Spalt gibt, die sich konstruktiv überlagert. Dies ist erfüllt, wenn der Gangunterschied Δs_n zwischen den von den Spaltmitten ausgehenden Elementarwellen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ des Lichtes ist (siehe Fig. 2).

$$(1) \quad \Delta s_n(\alpha_n) = n \cdot \lambda$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$: Beugungsordnung

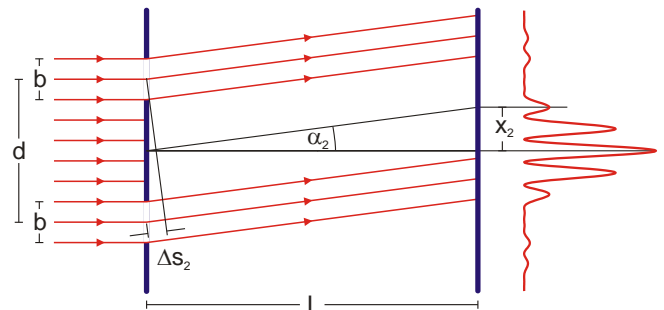


Fig. 2: Schematische Darstellung zur Beugung des Lichts an einem Doppelspalt (b : Spaltbreite, d : Spaltabstand, L : Entfernung des Beobachtungsschirmes zum Doppelspalt, x_2 : Abstand des zweiten Maximums vom Zentrum, α_2 : Beobachtungsrichtung für das zweite Maximum, Δs_2 : Gangunterschied der Mittelpunktstrahlen).

In großer Entfernung L zum Doppelspalt besteht für kleine Beobachtungswinkel α_n zwischen dem Gangunterschied Δs_n und der Ortskoordinate x_n eines Intensitätsmaximums der Zusammenhang

$$(2) \quad \frac{\Delta s_n}{d} = \sin \alpha_n \approx \tan \alpha_n = \frac{x_n}{L}$$

d : Spaltabstand

Daher liegen die Maxima im regelmäßigen Abstand

$$(3) \quad a = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{d} \cdot L$$

nebeneinander.

Dies gilt auch für die Beugung an einem Mehrfachspalt mit mehr als 2 äquidistanten Spalten. Gleichung (1) nennt die Bedingung für konstruktive Interferenz der Elementarwellen aus allen N Spalten. Also lassen sich die Gleichungen (2) und (3) auch auf Mehrfachspalte anwenden.

Mathematisch aufwändiger ist die Bestimmung der Intensitätsminima: Während beim Doppelspalt in der Mitte zweier Intensitätsmaxima genau ein Intensitätsminimum liegt, findet man beim Mehrfachspalt zwischen dem n -ten und dem $(n+1)$ -ten Maximum ein Minimum, wenn die Elementarwellen aus den N Spalten gerade so interferieren, dass die Gesamtintensität Null wird. Das ist der Fall, wenn der Gangunterschied zwischen den von den Spaltmitten ausgehenden Elementarwellen die Bedingung

$$(4) \quad \Delta s = n \cdot \lambda + m \frac{\lambda}{N}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad m = 1, \dots, N-1$

erfüllt. Man findet also $N-1$ Minima und dazwischen $N-2$ sogenannte Nebenmaxima, deren Intensität kleiner als die der sogenannten Hauptmaxima ist.

Mit zunehmender Anzahl N der Spalte verschwindet der Beitrag der Nebenmaxima. Man spricht nicht mehr von einem Mehrfachspalt, sondern von einem Strichgitter. Ein Kreuzgitter schließlich kann man als eine Anordnung aus zwei um 90° gegeneinander gedrehten Strichgittern auffassen. Die Beugungsmaxima werden zu Punkten auf einem rechteckigen Netz, dessen Maschenweite durch (3) gegeben ist.

Die Helligkeit in den Hauptmaxima ist durch die Helligkeitsverteilung aus der Beugung am Einzelspalt moduliert und umso stärker auf kleine Winkel α konzentriert je größer die Spaltbreite b ist. Für eine genaue Berechnung summiert man die Amplituden aller Elementarwellen unter Berücksichtigung der Gangunterschiede zur gesamten Amplitude A auf. An einem beliebigen Ort x auf dem Schirm ist dann

$$(5) \quad I = A^2 \propto \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot x}{\lambda \cdot L}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot d \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)} \right)^2 = f(x).$$

Die Funktion $f(x)$ auf der rechten Seite von Gleichung (5) ist an der Stelle $x = 0$ im Zentrum der Helligkeitsverteilung durch den folgenden Grenzwert gegeben:

$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = N^2$$

Der erste Faktor von $f(x)$ beschreibt die Beugung an einem einzelnen Spalt und der zweite die Interferenz zwischen N Spalten.

GERÄTELISTE

1	Diodenlaser, rot	U22000	1003201
1	Optische Bank K, 1000 mm	U8475240	1009696
2	Optikreiter K	U8475350	1000862
1	Klemmhalter K	U84755401	1008518
1	Halter K für Diodenlaser	U8475550	1000868
1	Blende mit 3 Doppelspalten unterschiedlicher Spaltbreite	U14100	1000596
1	Blende mit 4 Doppelspalten unterschiedlichen Spaltabstandes	U14101	1000597
1	Blende mit 4 Mehrfachspalten und Gitter	U14102	1000598
1	Blende mit 3 Strichgittern	U14103	1000599
1	Blende mit 2 Kreuzgittern	U14106	1000601

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

- Je einen Optikreiter bei 0 und bei 70 cm auf die optische Bank setzen und fixieren (Fig. 1).
- Den Diodenlaser in den Halter für Diodenlaser einführen und fixieren. Den Halter mit dem Diodenlaser auf den Optikreiter in der 70-cm-Position stecken.
- Den Klemmhalter auf den Optikreiter in der 0-cm-Position stecken. Eine Blende mit Beugungsobjekten im Klemmhalter festklemmen, so dass das zu messende Beugungsobjekt auf der optischen Achse zentriert ist.
- Einen Projektionsschirm in einem Abstand $L \approx 7$ m vom Beugungsobjekt (Fig. 2) im rechten Winkel zur optischen Achse positionieren. Den Abstand zwischen Beugungsobjekt und Projektionsschirm genau nachmessen und notieren. Position der optischen Bank nicht mehr verändern, ggf. den Abstand L bei jedem Wechsel der Blende bzw. des Beugungsobjektes erneut nachmessen.
- Steckernetzgerät des Diodenlasers an das Stromnetz anschließen und den Diodenlaser einschalten.
- Nacheinander alle Blenden mit Beugungsobjekten im Klemmhalter festklemmen und jeweils die Helligkeitsverteilung für alle Beugungsobjekte auf dem Schirm betrachten, ggf. fotografieren.
- Für die 4 Doppelspalte unterschiedlichen Spaltabstandes den Abstand x_n zwischen einem Maximum der Ordnung $n \neq 0$ und dem Maximum 0ter Ordnung im Zentrum der Helligkeitsverteilung (Beispiel für $n = 2$ siehe Fig. 2) messen und in Tab. 1 (siehe Auswertung) notieren.

MESSBEISPIEL

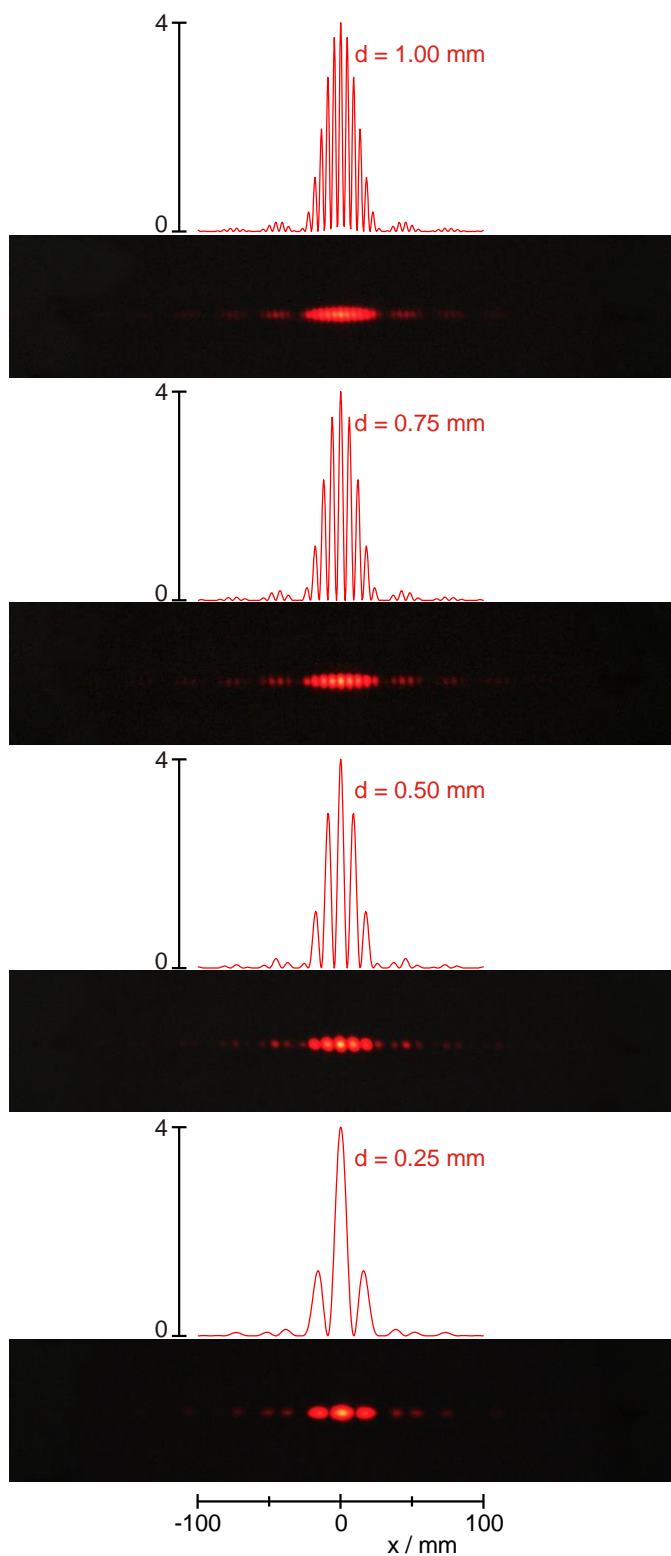


Fig. 3: Beugung am Doppelspalt mit verschiedenen Spaltabständen d . Berechnete Funktion $f(x)$ und beobachtete Intensität. Spaltanzahl $N = 2$, Spaltbreite $b = 0,15$ mm.

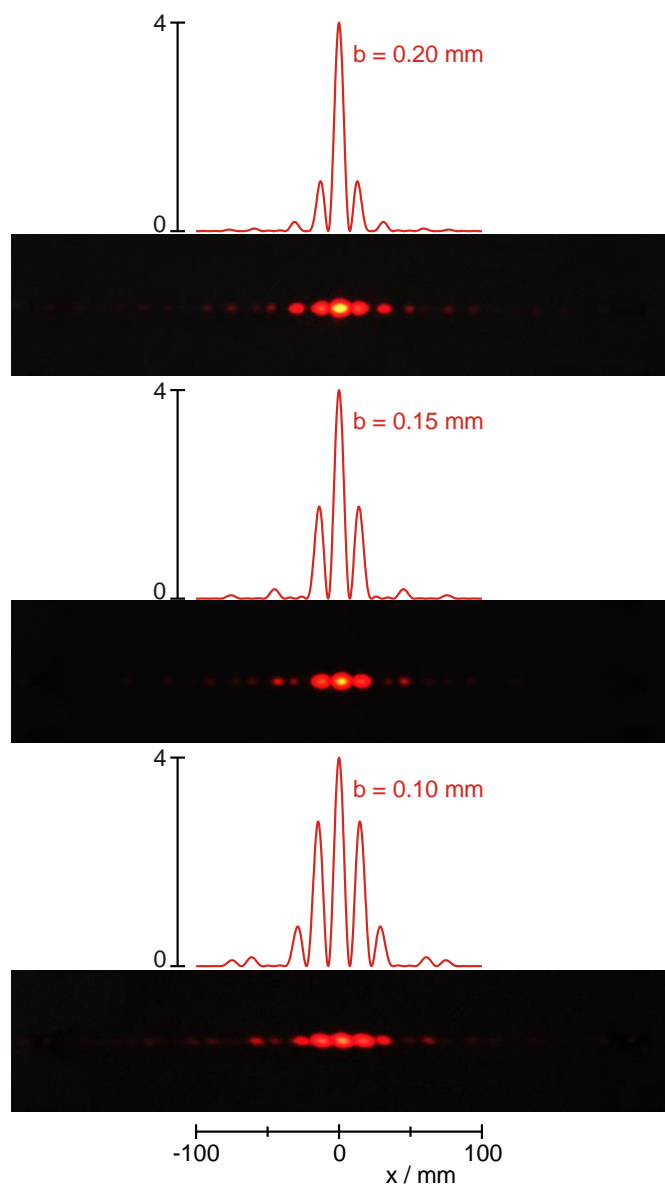


Fig. 4: Beugung am Doppelspalt mit verschiedenen Spaltbreiten b . Berechnete Funktion $f(x)$ und beobachtete Intensität. Spaltanzahl $N = 2$, Spaltabstand $d = 0,30$ mm.

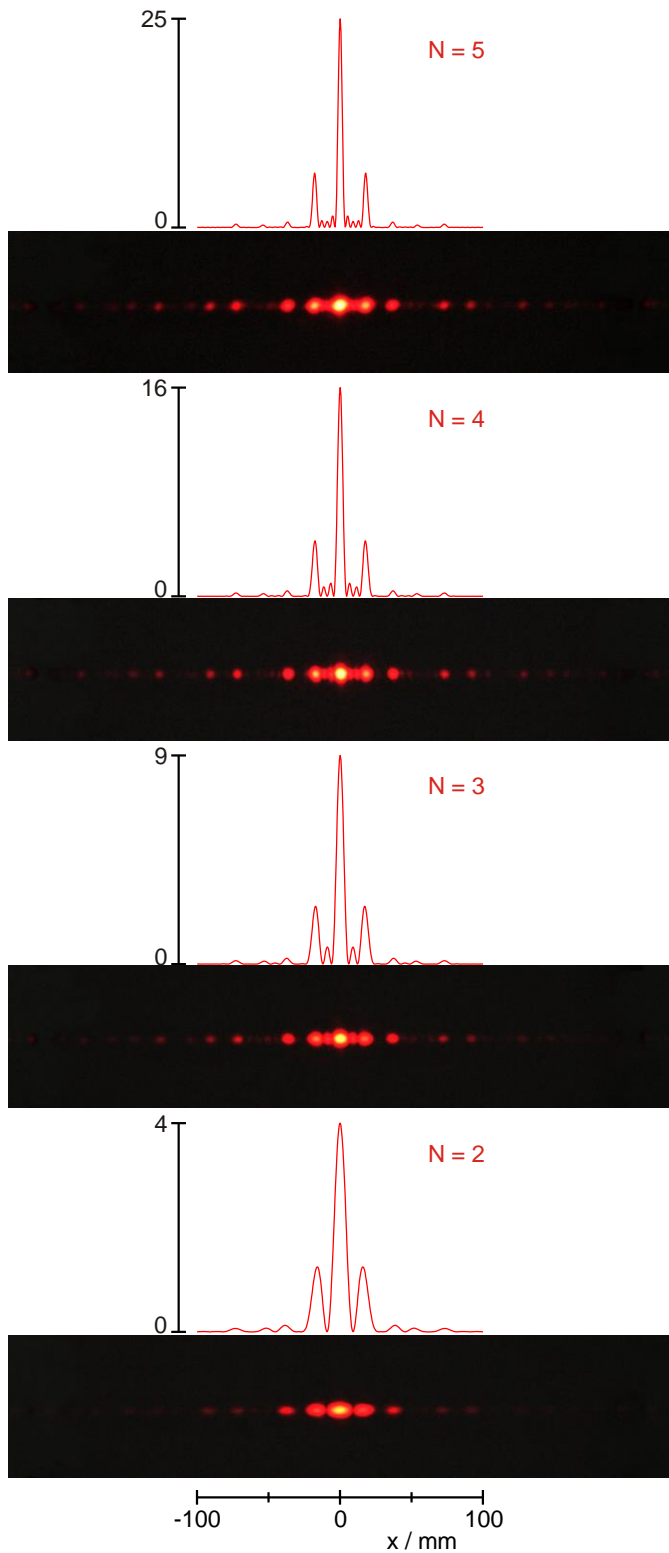


Fig. 5: Beugung an Mehrfachspalten mit verschiedenen Spaltanzahlen N . Berechnete Funktion $f(x)$ und beobachtete Intensität. Spaltabstand $d = 0,25$ mm, Spaltbreite $b = 0,15$ mm.

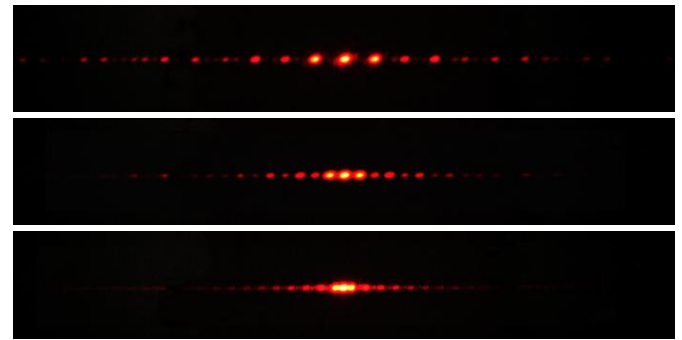


Fig. 6: Beugung an Strichgittern mit 20 (unten), 40 (mitte) und 80 Linien / cm (oben), entsprechend Gitterkonstanten $g = 0,50, 0,25$ und $0,125$ mm.

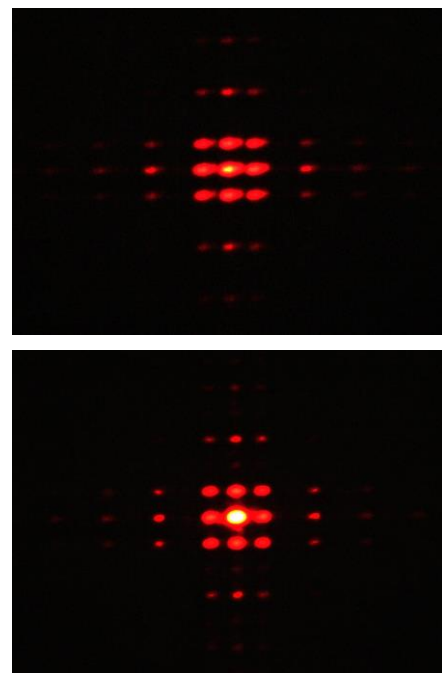


Fig. 7: Beugung an einem weißen (unten) und schwarzen Kreuzgitter (oben) mit 40 Linien / cm, entsprechend einer Gitterkonstante $g = 0,25$ mm.

AUSWERTUNG

Für eine ausführliche Auswertung der auf dem Schirm beobachteten Helligkeitsverteilungen der unterschiedlichen Spaltblenden werden die Helligkeitsverteilungen bzw. die Funktionen $f(x)$ nach Gleichung (5) unter Verwendung der vorgegebenen Spaltbreiten, Spaltabstände und Spaltanzahlen berechnet und mit den auf dem Schirm beobachteten Helligkeitsverteilungen verglichen (Fig. 3, 4 und 5).

Bei den Spalten mit verschiedenen Spaltabständen (Fig. 3) erkennt man, dass die Anzahl der Interferenzmaxima mit zunehmendem Spaltabstand zunimmt und ihre Breite schmaler wird, da die Breite der Beugungsmaxima (Einhüllende der Interferenzmaxima) gleich bleibt. Mit zunehmendem Spaltabstand können immer mehr abgelenkte Wellen miteinander interferieren.

Bei den Spalten mit verschiedenen Spaltbreiten (Fig. 4) erkennt man, dass die Anzahl der Interferenzmaxima mit zunehmender Spaltbreite gleich bleibt und ihre Intensität für Ordnungen $n \neq 0$ abnimmt, weil die Breite der Beugungsmaxima (Einhüllende der Interferenzmaxima) schmaler wird. Wegen der mit zunehmender Spaltbreite immer schwächer ausgeprägten Beugung ist die Interferenz zwischen den abgelenkten Wellen entsprechend schwächer.

Für die Mehrfachspalte (Fig. 5) beobachtet man wie erwartet $N-2$ Nebenmaxima, d.h. beim Doppelspalt keines, beim Dreifachspalt eines, beim Vierfachspalt zwei und beim Fünffachspalt drei.

Genrell können an Stellen, an denen Beugungsminima vorliegen, keine Interferenzmaxima beobachtet werden. Das ist der Fall, wenn der erste Faktor von $f(x)$ in Gleichung (5) Null wird, also bei ganzzahligen Vielfachen von $x = (\lambda / b) \cdot L$. Für $b = 0,15 \text{ mm}$ ergibt sich z.B. (siehe Fig. 3 und Fig. 5):

$$(7) \quad x = \frac{\lambda}{b} \cdot L = \frac{650 \text{ nm}}{0,15 \text{ mm}} \cdot 7 \text{ m} = 30,3 \text{ mm}$$

Bei den drei Strichgittern (Fig. 6) verschwindet wie erwartet der Beitrag der Nebenmaxima, und der Abstand a der Hauptmaxima auf dem Schirm wird nach Gleichung (3) mit zunehmender Anzahl der Linien/cm, entsprechend abnehmender Gitterkonstante g , immer größer.

Bei den beiden Kreuzgittern (Fig. 7) werden die Beugungsmaxima wie erwartet zu Punkten auf einem rechteckigen Netz. Die Beugungsmaxima des weißen Kreuzgitters erscheinen heller als die des schwarzen Kreuzgitters, weil bei dem weißen Kreuzgitter mehr Intensität transmittiert und entsprechend weniger Intensität absorbiert wird als bei dem schwarzen Kreuzgitter.

Die Wellenlänge des gebeugten Lichts lässt sich für Doppelspalte unterschiedlichen Spaltabstandes nach Gleichung (3) aus den regelmäßigen Abständen a der Maxima bestimmen.

- Für die 4 Doppelspalte unterschiedlichen Spaltabstandes die Quotienten L / d bilden (Tab. 1).
- Zur Bestimmung des Abstands a der Maxima jeweils die gemessenen Abstände x_n durch die Beugungsordnung n dividieren (Tab. 1).
- Die aus der Messung bestimmten Werte für a gegen L / d in einem Diagramm auftragen und eine Gerade an die Messpunkte anpassen (Fig. 8).

Nach Gleichung (3) entspricht die Steigung der angepassten Geraden genau der Wellenlänge λ :

$$(8) \quad a = \lambda \cdot \left(\frac{L}{d}\right)$$

Es ergibt sich ein Wert von $\lambda = 630 \text{ nm}$, der bis auf 3% mit dem spezifizierten Wert $\lambda = 650 \text{ nm}$ übereinstimmt.

Tab. 1: Beugung am Doppelspalt mit verschiedenen Spaltabständen d , vergleiche Fig. 3 ($L = 7 \text{ m}$: Abstand zum Schirm, n : Beugungsordnung, x_n : gemessener Abstand, a : aus x_n bestimmter Abstand der Maxima).

d / mm	L / d	n	x_n / mm	a / mm
0,25	28000	2	35,56	17,78
0,50	14000	6	53,20	8,87
0,75	9333	8	47,60	5,95
1,00	7000	12	53,20	4,43

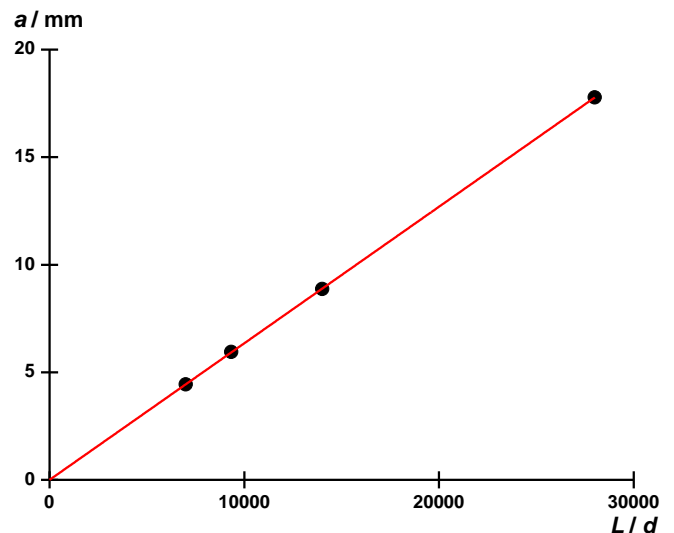


Fig. 8: Abstände der Maxima a in Abhängigkeit des Quotienten L / d aus dem Schirmabstand $L = 7 \text{ m}$ und den Spaltabständen d .

