# Widerstand einer Spule im Wechselstromkreis

## BESTIMMUNG DES INDUKTIVEN WIDERSTANDES IN ABHÄNGIGKEIT VON INDUKTIVITÄT UND FREQUENZ

- **Bestimmung von Amplitude und Phase des induktiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Induktivität.**
- **Bestimmung von Amplitude und Phase des induktiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Frequenz.**


UE3050211

04/18 UD

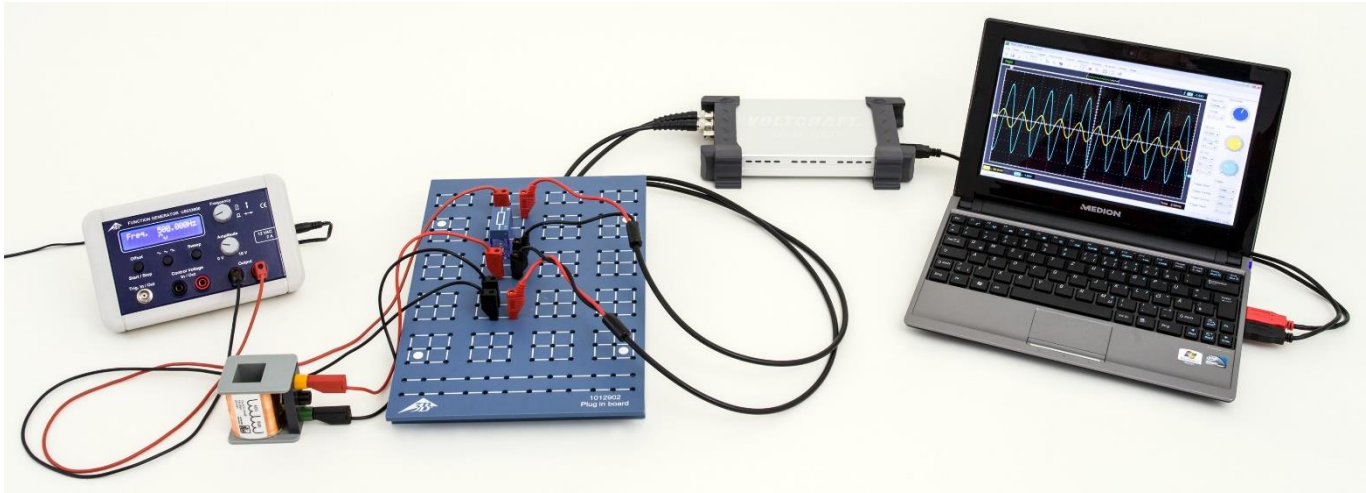



Fig. 1: Messanordnung.

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

**Jede Änderung des Stromes durch eine Spule induziert eine Gegenspannung, die der Stromänderung entgegen wirkt. In Wechselstromkreisen eilt daher die Spannung an der Spule dem Strom durch die Spule voraus. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang am einfachsten beschreiben, wenn man Strom, Spannung und Widerstand als komplexe Größen verwendet und deren Realteile betrachtet.**

Die Strom-Spannungs-Beziehung für eine Spule lautet

(1) $U = L \cdot \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$.

$I$: Strom, $U$: Spannung, $L$: Induktivität

Bei einer Spannung

(2) $U = U_0 \cdot \exp(i\omega t)$

ist der Strom also gegeben durch

(3) $I = \frac{U_0}{i \cdot \omega \cdot L} \cdot \exp(i\omega t)$.

Man kann daher der Induktivität $L$ den komplexen Widerstand

(4) $X_\mathrm{L} = \frac{U}{I} = i \cdot \omega \cdot L = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$

zuweisen. Messbar ist jeweils der Realteil dieser Größen, also

(5) $U = U_0 \cdot \cos\omega t$

(6) $I = \frac{U_0}{\omega \cdot L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

(7) $X_\mathrm{L} = \frac{U_0}{I_0} = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L$

Im Experiment liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannung mit Frequenzen bis hinauf zu 2 kHz. Ein Zweikanal-Oszilloskop zeichnet Strom und Spannung auf, so dass Amplitude und Phase beider Größen erfasst werden. Der Strom durch die Spule entspricht dem Spannungsabfall an einem Messwiderstand *R*, dessen Wert gegenüber dem induktiven Widerstand vernachlässigbar ist.

Optional kann die Aufzeichnung von Strom und Spannung auch mit dem Datenlogger VinciLab, der Software Coach 7 und Spannungssensoren erfolgen.

## GERÄTELISTE

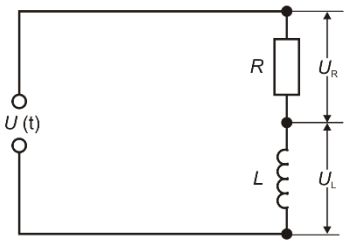
| | | |
|---|---|---|
| 1 | Steckplatte für Bauelemente | 1012902 (U33250) |
| 2 | Spule S mit 1200 Windungen | 1001002 (U8498085) |
| 1 | Widerstand 10 Ω, 2 W, P2W19 | 1012904 (U333012) |
| 1 | Funktionsgenerator FG 100 @230V | 1009957 (U8533600-230) |
| oder | | |
| 1 | Funktionsgenerator FG 100 @115V | 1009956 (U8533600-115) |
| 1 | PC-Oszilloskop 2x25 MHz | 1020857 (U11830) |
| 2 | HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker | 1002748 (U11257) |
| 1 | Satz 15 Experimentierkabel, 1 mm² | 1002840 (U13800) |
| optional | | |
| 1 | VinciLab | 1021477 (UCMA-001) |
| 1 | Coach 7, Schullizenz 5 Jahre | 1021522 (UCMA-18500) |
| oder | | |
| 1 | Coach 7, Universitätslizenz 5 Jahre | 1021524 (UCMA-185U) |
| 2 | Spannungssensor 10 V, differentiell | 1021680 (UCMA-0210i) |
| 1 | Spannungssensor 500 mV, differentiell | 1021681 (UCMA-BT32i) |
| 1 | Sensorkabel | 1021514 (UCMA-BTsc1) |

## AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

- Die Messanordnung (Fig. 1) gemäß der Schaltskizze (Fig. 2) mit dem Widerstand $R$ =10 Ω und einer Spule mit 1200 Windungen ($L$ = 23 mH, $R_L$ = 19 Ω) aufbauen.
- Die Messleitung zur Aufnahme des Spannungsverlaufs $U_R(t) = R \cdot I(t)$ über dem Messwiderstand an Kanal CH1, und die Messleitung zur Aufnahme des Spannungsverlaufs $U_L(t)$ über der Spule an Kanal CH2 des Oszilloskops anschließen.
- Am PC-Oszilloskop die folgenden Parameter einstellen:

  Horizontal:
  Zeitbasis: 500 µs/div
  Horizontale Trigger-Position: 0.0 ns

  Vertikal:
  CH1:
  Spannungs-Skalenteilung: 200 mV/div DC
  Nullpunkt-Position: 0.0 divs
  CH2:
  Spannungs-Skalenteilung: 1 V/div DC
  Nullpunkt-Position: 0.0 divs



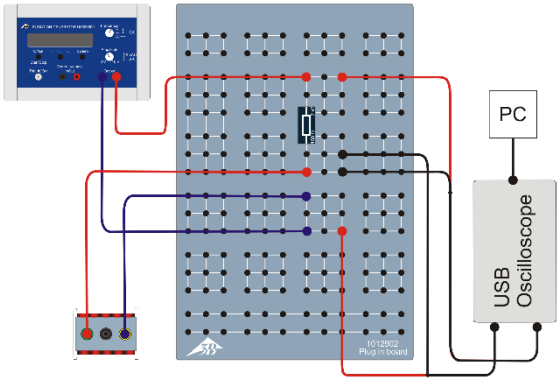




Fig. 2: Schaltskizze (oben) und schematische Skizze des Aufbaus (unten).

  Trigger:
  Single (nicht Alternate)
  Quelle: CH2
  Modus: Edge
  Flanke: Rise
  Schwelle: 0.000 mV
  TrigMode: Auto

  Ggf. die Parameter Time/DIV und Volts/DIV während der Messserien so anpassen, dass die Signale optimal dargestellt werden.

- Die Frequenz $f$ = 500 Hz einstellen.
- Am Funktionsgenerator die Signalform Sinus auswählen und die Amplitude des Eingangssignals $U_0$ = 4 V einstellen. Dazu den Amplitudensteller so einstellen, dass das Maximum bzw. Minimum des Sinussignals auf Kanal CH2 des Oszilloskops (bei 1 V / Kästchen) 4 Kästchen entspricht.

Der Wert des Messwiderstands $R$ ist gegenüber dem induktiven Widerstand $X_L$ bei den betrachteten Frequenzen vernachlässigbar, allerdings muss der Ohm'sche Widerstand $R_L$ der Spule explizit berücksichtigt werden.

**Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung**

- Die relative Lage der Spannungsverläufe $U_L(t)$ und $U_R(t)$ über der Spule und dem Messwiderstand beobachten und notieren.

**Abhängigkeit des induktiven Widerstands von der Induktivität**

- Mit Hilfe der beiden Spulen mit 1200 Windungen ($L$ = 23 mH, $R_L$ = 19 Ω) durch Variation der Windungszahlen die Induktivitäten aus Tab. 1 erzeugen, jeweils die Amplituden $U_{L0}$ und $U_{R0}$ am Oszilloskop ablesen und in die Tab. 1 eintragen.

Die Induktivitäten für $N = 400$ und 800 (Abgriffe einer Spule) lassen sich berechnen gemäß

$$\text{(8a)}\quad \frac{L}{23\,\text{mH}} = \left(\frac{N}{1200}\right)^2 \Leftrightarrow L = \left(\frac{N}{1200}\right)^2 \cdot 23\,\text{mH},$$

und für $N = 1600$, 2000 und 2400 (Reihenschaltung zweier Spulen) gemäß:

$$\text{(8b)}\quad L = L_{1200} + L_{\text{N-1200}} = 23\,\text{mH} + L_{\text{N-1200}}$$

$L_{\text{N-1200}}$: Induktivität der Spule mit $N$-1200 Windungen

Die zugehörigen Ohm'schen Widerstände $R_L$ lassen sich wie folgt berechnen:

$$\text{(9)}\quad \frac{R_L}{19\,\Omega} = \frac{N}{1200} \Leftrightarrow R_L = \frac{N}{1200} \cdot 19\,\Omega.$$

**Abhängigkeit des induktiven Widerstands von der Frequenz**

- Eine Spule mit 1200 Windungen ($L$ = 23 mH, $R_L$ = 19 Ω) sowie den Widerstand 10 Ω als Messwiderstand verwenden.
- Am Funktionsgenerator nacheinander die Frequenzen aus Tab. 2 einstellen, die Amplituden $U_{L0}$ und $U_{R0}$ am Oszilloskop ablesen und in die Tab. 2 eintragen.

## MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

**Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung**

Das Stromsignal ist gegenüber dem Spannungssignal um eine viertel Periode nach links verschoben (Fig. 3).

Der Strom durch die Spule eilt der Spannung an der Spule in der Phase um 90° nach, da jede Stromänderung eine Gegenspannung induziert.

**Abhängigkeit des induktiven Widerstands von der Induktivität und der Frequenz**

- Die Amplitude des Stroms durch die Spule gemäß

  $$\text{(10)}\quad I_0 = \frac{U_{R0}}{R} = \frac{U_{R0}}{10\,\Omega}$$

  berechnen und in Tab. 1 eintragen.
- Den Gesamtwiderstand der Spule gemäß

  $$\text{(11)}\quad Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \frac{U_{L0}}{I_0}$$

  berechnen und in Tab. 1 eintragen.
- Den induktiven Widerstand gemäß

  $$\text{(12)}\quad X_L = \sqrt{Z^2 - R_L^2}$$

  berechnen und die Werte in Tab. 1 eintragen.
- Die induktiven Widerstände $X_L$ gegen die Induktivität (Tab. 1, Fig. 4) und Frequenz (Tab. 2, Fig. 5) auftragen.

Gemäß Gleichung (4) ist der Induktive Widerstand $X_L$ proportional zur Frequenz $f$ und zur Induktivität $L$. In den entsprechenden Diagrammen liegen die Messwerte daher im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden.

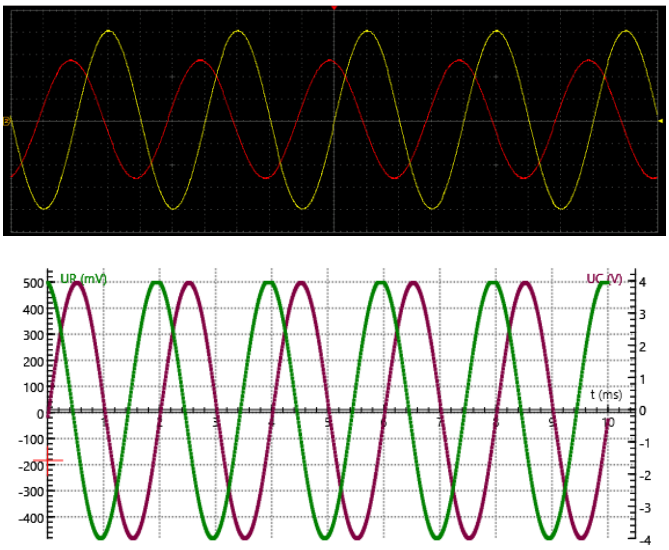



Fig. 3: Spule im Wechselstromkreis: Verlauf von Strom und Spannung. Oben: Aufnahme mit PC-Oszilloskop (Strom: Rot, Spannung: Gelb). Unten: Aufnahme mit VinciLab / Coach7 (Strom: Grün, Spannung: Violett).

Tab. 1: Abhängigkeit des induktiven Widerstands von der Induktivität, $f$ = 500 Hz, $R$ = 10 Ω, $U_0$ = 4 V.

| $N$ | $L$ mH | $R_L$ Ω | $U_{L0}$ V | $U_{R0}$ mV | $I_0$ mA | $Z_L$ Ω | $X_L$ Ω |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 400 | 2,6 | 6,3 | 2,063 | 2220 | 222,0 | 9,3 | 6,8 |
| 800 | 10,2 | 12,7 | 3,475 | 860 | 86,0 | 40,4 | 38,4 |
| 1200 | 23,0 | 19,0 | 3,725 | 470 | 47,0 | 79,3 | 77,0 |
| 1600 | 25,6 | 25,3 | 3,850 | 453 | 45,3 | 85,0 | 81,1 |
| 2000 | 33,2 | 31,7 | 3,750 | 313 | 31,3 | 119,8 | 115,5 |
| 2400 | 46,0 | 38,0 | 3,775 | 234 | 23,4 | 161,3 | 156,8 |

Tab. 2: Abhängigkeit des induktiven Widerstands von der Frequenz, $L$ = 23 mH, $R_L$ = 19 Ω, $R$ = 10 Ω, $U_0$ = 4 V.

| $f$ Hz | $U_{L0}$ V | $U_{R0}$ mV | $I_0$ mA | $Z_L$ Ω | $X_L$ Ω |
|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 2,850 | 995 | 99,5 | 28,6 | 21,4 |
| 300 | 3,525 | 725 | 72,5 | 48,6 | 44,7 |
| 500 | 3,725 | 488 | 48,8 | 76,3 | 73,9 |
| 800 | 3,800 | 325 | 32,5 | 116,9 | 115,3 |
| 1200 | 3,825 | 217 | 21,7 | 176,3 | 175,3 |
| 2000 | 3,875 | 131 | 13,1 | 295,8 | 295,2 |

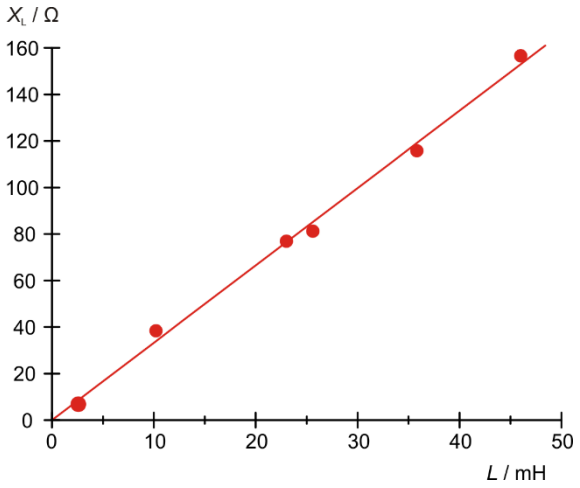



Fig. 4: Induktiver Widerstand $X_L$ als Funktion der Induktivität $L$.

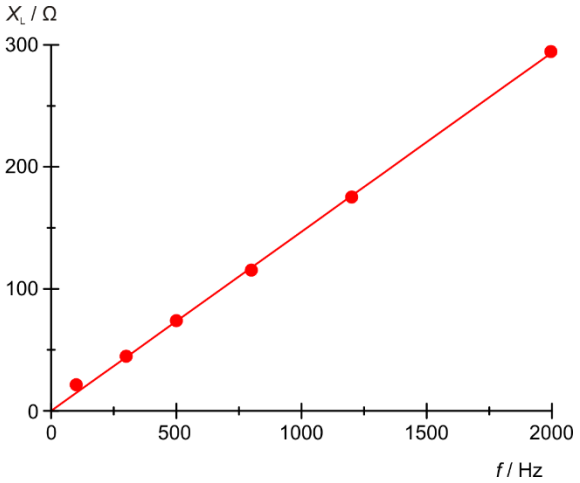



Fig. 5: Iinduktiver Widerstand $X_L$ als Funktion der Frequenz $f$.


© Copyright 2018 3B Scientific GmbH