

Spannung am Plattenkondensator

STATISCHE MESSUNG DER SPANNUNG IN ABHÄNGIGKEIT VOM PLATTENABSTAND

- Statische Messung der Spannung an einem Plattenkondensator in Abhängigkeit vom Plattenabstand.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Spannung und Plattenabstand für kleine Plattenabstände.

UE3010800

09/26 UD



Abb. 1: Experimenteller Aufbau

GRUNDLAGEN

Die geladenen Platten eines Plattenkondensators üben eine anziehende Kraft aufeinander aus. Zur Vergrößerung des Plattenabstandes eines geladenen und von jeglichen Zuleitungen getrennten Plattenkondensators muss daher mechanische Arbeit verrichtet werden. Die dem Kondensator auf diese Weise zugeführte Energie lässt sich als Vergrößerung der Spannung zwischen den Platten nachweisen, sofern sicher gestellt ist, dass bei der Spannungsmessung keine Ströme zwischen den Platten fließen können.

Idealer Plattenkondensator

Zur genaueren Beschreibung der Zusammenhänge betrachtet man das homogene elektrische Feld E zwischen den die Ladungen Q und $-Q$ tragenden Platten des Kondensators. Es gilt:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : Plattenfläche,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$: elektrische Feldkonstante.

Falls bei einer Änderung des Plattenabstandes d keine Ströme fließen können, bleibt die Ladung Q und somit auch das elektrische Feld E unverändert.

Für die Ladung gilt:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

Die Kapazität eines Plattenkondensators ist gegeben durch:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : Plattenabstand.

Für kleine Abstände, bei denen das elektrische Feld als homogen betrachtet werden darf, gilt also für die Spannung U am Kondensator und das elektrische Feld E

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

d.h. die Spannung U ist proportional zum Plattenabstand d .

Dies wird im Experiment mit dem Elektrofeldmeter als statischem Voltmeter überprüft. So ist sichergestellt, dass kein Strom über das Voltmeter zwischen den Kondensatorplatten fließen kann und die Ladung Q auf den Kondensatorplatten erhalten bleibt.

Einfluss der Messgeräte

Zu Beginn der Messung wird der Plattenkondensator durch Anlegen der Spannung $U(d_0)$ bei einem Plattenabstand d_0 einmalig aufgeladen. Zusätzlich zur Kapazität des Plattenkondensators muss die Kapazität C_M des Messaufbaus berücksichtigt werden.

Da die feste Kondensatorplatte mit der Oberseite der Feldmühle des Elektrofeldmeters verbunden ist und die bewegliche Kondensatorplatte mit der Unterseite der Feldmühle verbunden und geerdet ist, muss die gesamte Anordnung wie eine Parallelschaltung von Kapazitäten betrachtet werden. Insbesondere addieren sich die Kapazitäten von Plattenkondensator und Messaufbau zur Gesamtkapazität

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

mit

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Für die Gesamtladung folgt daraus:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Wird der Plattenabstand auf $d > d_0$ vergrößert, bleibt die Gesamtladung konstant, wenn der Plattenkondensator nach dem Aufladen elektrisch isoliert bleibt:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

Aus (7) und (8) folgt:

$$(9) \quad \begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow \\ U(d) &= U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M} \end{aligned}$$

Insbesondere ergibt sich für den Fall, dass die Kapazität C_M vernachlässigbar ist, also $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Um den Einfluss der Kapazität C_M auf die gemessene Spannung herauszurechnen, muss diese mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden, der die Spannungen unter (9) und (10) in Relation zueinander setzt, so dass sich für die korrigierte Spannung ergibt:

$$(11) \quad \begin{aligned} U_{\text{corr}} &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} \\ &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M} \end{aligned}$$

U_{meas} : gemessene Spannung,
 U_{corr} : korrigierte Spannung.

Hinweis:

Bei $d = d_0$ ist $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$ wegen $C(d) = C(d_0)$.

GERÄTE UND MATERIAL

1 Elektrofeldmeter	1021405
oder	
1 Elektrofeldmeter (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Plattenkondensator, Typ D	1006798
1 DC-Netzgerät, 0–20 V, 0–5 A	1003312
oder	
1 DC-Netzgerät, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Digital-Multimeter P 1035	1002781
3 Experimentierkabel, blau, rot, 2 Stk.	1024540
1 Experimentierkabel, schwarz, 2 Stk.	1002850

AUFBAU

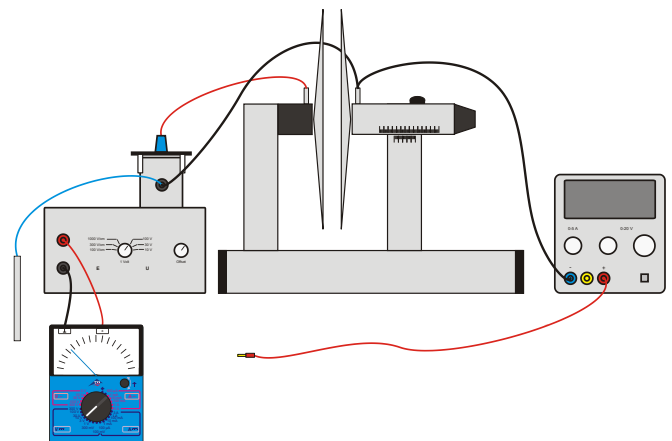


Abb. 2: Experimenteller Aufbau

- Das Experiment wie in Abb. 1 bzw. Abb. 2 gezeigt aufbauen.
- Die Spannungsmessplatte mit Messbereich 1x so auf den Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters setzen, dass der Abstand zur Abschirmplatte möglichst minimal ist. Die Spannungsmessplatte mit Hilfe der Rändelschraube fixieren.
- Die feste Kondensatorplatte mit der Spannungsmessplatte verbinden.
- Die bewegliche Kondensatorplatte mit der Massebuchse am Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters und dem Minuspol des Netzgeräts verbinden.
- Den Erdungsstab an die Massebuchse am Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters anschließen.

- Ein Ende eines Experimentierkabels an den Pluspol des Netzgeräts anschließen. Das andere, freie Kabelende auf den Tisch legen und nicht anschließen.
- Das Multimeter zur Spannungsmessung an den Spannungsausgang des Elektrofeldmeters anschließen.
- Den Messbereichswahlschalter des Elektrofeldmeters auf 100 V einstellen, das Elektrofeldmeter einschalten und ca. 3 Minuten warten bis es sich stabilisiert hat.

DURCHFÜHRUNG

- Mit Hilfe der Feinstellschraube des Plattenkondensators den Plattenabstand $d = 2 \text{ mm} = d_0$ einstellen.
- Das Netzgerät einschalten und die Spannung $U(d_0) = 10 \text{ V} = U_0$ einstellen.
- Zur Entladung des Plattenkondensators die feste Kondensatorplatte mit dem Erdungsstab berühren und so die Platten kurzschließen. Gleichzeitig mit Hilfe des Offsetstellers den Nullpunkt am Elektrofeldmeter einstellen.
- Den Erdungsstab von der festen Kondensatorplatte entfernen und zwecks Potentialausgleichs in die Hand nehmen.
- Den Erdungsstab während der gesamten Messung nicht mehr aus der Hand legen.
- Zum Aufladen des Plattenkondensators mit dem freien Ende des Kabels, das an den Pluspol des Netzgeräts angeschlossen ist, die feste Kondensatorplatte berühren.
- Wenn der Plattenkondensator aufgeladen ist, das Kabel wieder von der festen Kondensatorplatte entfernen, so dass der Plattenkondensator vom Pluspol getrennt wird.
- Am Multimeter die Spannung U_{meas} für den eingestellten Plattenabstand $d = 2 \text{ mm} = d_0$ ablesen und den Wert in die Tab 1 eintragen.
- Den Plattenabstand in 2-mm-Schritten zügig bis $d = 18 \text{ mm}$ erhöhen, bei jedem Schritt die Spannung U_{meas} für den eingestellten Plattenabstand ablesen und den Wert in die Tab. 1 eintragen.

MESSBEISPIEL

Tab. 1: Gemessene Spannungen U_{meas} und korrigierte Spannungen U_{corr} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10,0	10,0
4	16,2	19,8
6	20,7	29,8
8	24,2	40,2
10	26,9	50,6
12	28,9	60,7
14	30,1	69,9
16	31,5	80,1
18	32,0	88,4

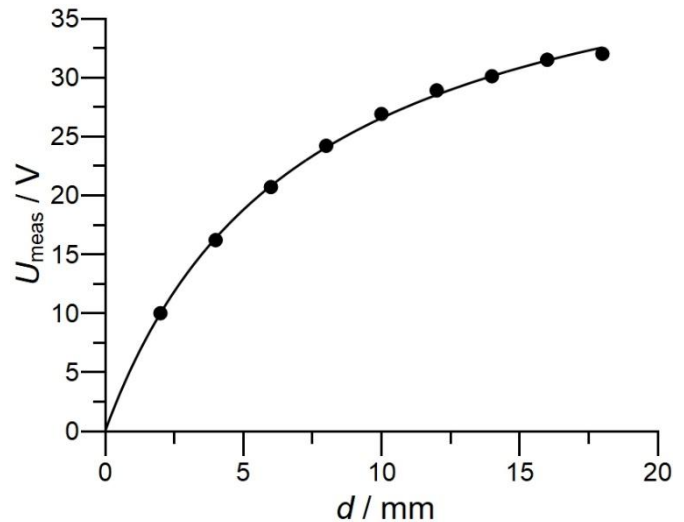


Abb. 3: Gemessene Spannung U_{meas} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d und gemäß Gleichung (9) angepasste Kurve zur Ermittlung der Kapazität C_M

AUSWERTUNG

- Die gemessenen Spannungen U_{meas} aus Tab. 1 gegen die eingestellten Plattenabstände d graphisch auftragen (Abb. 3).

Die Messpunkte spiegeln den gemäß Gleichung (4) erwarteten linearen Verlauf nicht wider. Um den Einfluss des Messaufbaus gemäß Gleichung (11) herausrechnen zu können, muss dessen Kapazität C_M bestimmt werden.

- Gleichung (9) an die Messpunkte $U_{\text{meas}}(d)$ anpassen, um die unbekannte Kapazität C_M zu bestimmen.

Parameter:

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: Plattenfläche

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (aus Gleichung (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (aus Gleichung (3))

Die Anpassung ergibt $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Mit Hilfe der Gleichungen (3), (6) und (11) und dem aus der Anpassung ermittelten Wert für C_M aus den gemessenen Spannungen U_{meas} (Tab. 1) die korrigierten Spannungen U_{corr} berechnen und in Tab. 1 eintragen.
- Die Werte für die korrigierten Spannungen U_{corr} aus Tab. 1 gegen die eingestellten Plattenabstände d graphisch auftragen und eine Ursprungsgerade anpassen (Abb. 4).

Der dem idealen Plattenkondensator zugrunde liegende lineare Zusammenhang $U \propto d$ wird sichtbar.

Hinweise:

Die auf diese Weise um den systematischen Einfluss des Messaufbaus korrigierte Darstellung veranschaulicht den linearen Zusammenhang $U \propto d$, weist ihn aber nicht unabhängig nach. Das bekannte elektrische Feld $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ wird über die Geradensteigung reproduziert. Für einen unabhängigen Nachweis muss die Kapazität C_M entsprechend gemessen werden.

Randeffekte infolge der zunehmenden Inhomogenität des elektrischen Feldes sind im betrachteten Abstandsbereich gegenüber dem dominierenden Einfluss der Kapazität des Messaufbaus nicht signifikant, weil der Plattendurchmesser (ca. 25 cm) groß gegenüber den eingestellten Plattenabständen (2 – 18 mm) ist.

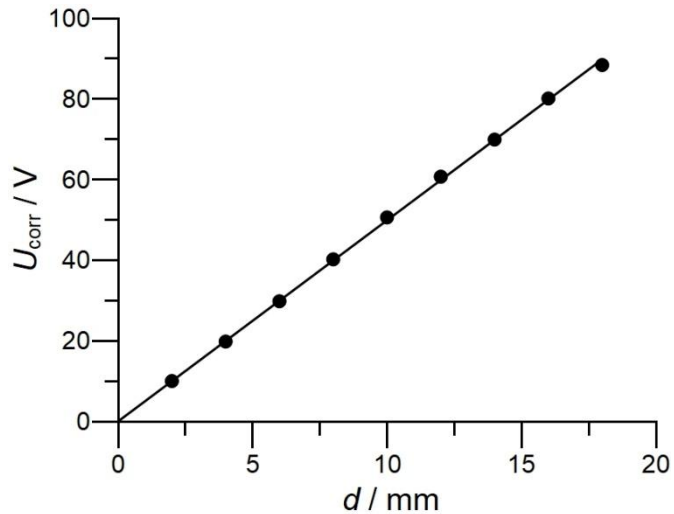


Abb. 4: Korrigierte Spannung U_{corr} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d