

Spannung am Plattenkondensator

STATISCHE MESSUNG DER SPANNUNG IN ABHÄNGIGKEIT VOM PLATTENABSTAND

- Statische Messung der Spannung an einem Plattenkondensator in Abhängigkeit vom Plattenabstand.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Spannung und Plattenabstand für kleine Plattenabstände.

UE3010800

09/26 UD



Abb. 1: Experimenteller Aufbau

GRUNDLAGEN

Die geladenen Platten eines Plattenkondensators üben eine anziehende Kraft aufeinander aus. Zur Vergrößerung des Plattenabstandes eines geladenen und von jeglichen Zuleitungen getrennten Plattenkondensators muss daher mechanische Arbeit verrichtet werden. Die dem Kondensator auf diese Weise zugeführte Energie lässt sich als Vergrößerung der Spannung zwischen den Platten nachweisen, sofern sicher gestellt ist, dass bei der Spannungsmessung keine Ströme zwischen den Platten fließen können.

Idealer Plattenkondensator

Zur genaueren Beschreibung der Zusammenhänge betrachtet man das homogene elektrische Feld E zwischen den die Ladungen Q und $-Q$ tragenden Platten des Kondensators. Es gilt:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : Plattenfläche,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$: elektrische Feldkonstante.

Falls bei einer Änderung des Plattenabstandes d keine Ströme fließen können, bleibt die Ladung Q und somit auch das elektrische Feld E unverändert.

Für die Ladung gilt:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

Die Kapazität eines Plattenkondensators ist gegeben durch:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : Plattenabstand.

Für kleine Abstände, bei denen das elektrische Feld als homogen betrachtet werden darf, gilt also für die Spannung U am Kondensator und das elektrische Feld E

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

d.h. die Spannung U ist proportional zum Plattenabstand d .

Dies wird im Experiment mit dem Elektrofeldmeter als statischem Voltmeter überprüft. So ist sichergestellt, dass kein Strom über das Voltmeter zwischen den Kondensatorplatten fließen kann und die Ladung Q auf den Kondensatorplatten erhalten bleibt.

Einfluss der Messgeräte

Zu Beginn der Messung wird der Plattenkondensator durch Anlegen der Spannung $U(d_0)$ bei einem Plattenabstand d_0 einmalig aufgeladen. Zusätzlich zur Kapazität des Plattenkondensators muss die Kapazität C_M des Messaufbaus berücksichtigt werden.

Da die feste Kondensatorplatte mit der Oberseite der Feldmühle des Elektrofeldmeters verbunden ist und die bewegliche Kondensatorplatte mit der Unterseite der Feldmühle verbunden und geerdet ist, muss die gesamte Anordnung wie eine Parallelschaltung von Kapazitäten betrachtet werden. Insbesondere addieren sich die Kapazitäten von Plattenkondensator und Messaufbau zur Gesamtkapazität

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

mit

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Für die Gesamtladung folgt daraus:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Wird der Plattenabstand auf $d > d_0$ vergrößert, bleibt die Gesamtladung konstant, wenn der Plattenkondensator nach dem Aufladen elektrisch isoliert bleibt:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

Aus (7) und (8) folgt:

$$(9) \quad \begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow \\ U(d) &= U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M} \end{aligned}$$

Insbesondere ergibt sich für den Fall, dass die Kapazität C_M vernachlässigbar ist, also $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Um den Einfluss der Kapazität C_M auf die gemessene Spannung herauszurechnen, muss diese mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden, der die Spannungen unter (9) und (10) in Relation zueinander setzt, so dass sich für die korrigierte Spannung ergibt:

$$(11) \quad \begin{aligned} U_{\text{corr}} &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} \\ &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M} \end{aligned}$$

U_{meas} : gemessene Spannung,
 U_{corr} : korrigierte Spannung.

Hinweis:

Bei $d = d_0$ ist $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$ wegen $C(d) = C(d_0)$.

GERÄTE UND MATERIAL

1 Elektrofeldmeter	1021405
oder	
1 Elektrofeldmeter (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Plattenkondensator, Typ D	1006798
1 DC-Netzgerät, 0–20 V, 0–5 A	1003312
oder	
1 DC-Netzgerät, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Digital-Multimeter P 1035	1002781
3 Experimentierkabel, blau, rot, 2 Stk.	1024540
1 Experimentierkabel, schwarz, 2 Stk.	1002850

AUFBAU

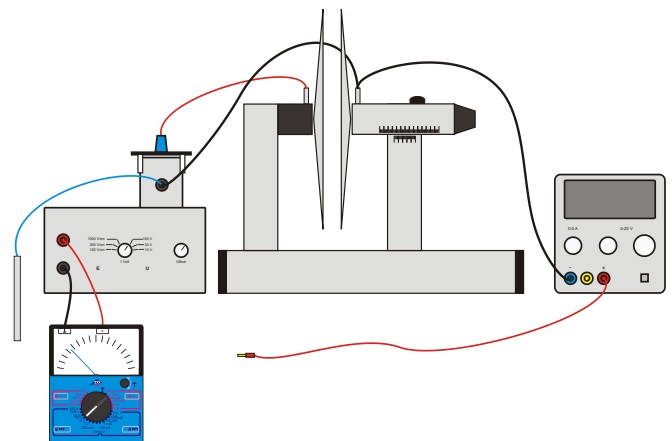


Abb. 2: Experimenteller Aufbau

- Das Experiment wie in Abb. 1 bzw. Abb. 2 gezeigt aufbauen.
- Die Spannungsmessplatte mit Messbereich 1x so auf den Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters setzen, dass der Abstand zur Abschirmplatte möglichst minimal ist. Die Spannungsmessplatte mit Hilfe der Rändelschraube fixieren.
- Die feste Kondensatorplatte mit der Spannungsmessplatte verbinden.
- Die bewegliche Kondensatorplatte mit der Massebuchse am Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters und dem Minuspol des Netzgeräts verbinden.
- Den Erdungsstab an die Massebuchse am Abschirmzylinder des Elektrofeldmeters anschließen.

- Ein Ende eines Experimentierkabels an den Pluspol des Netzgeräts anschließen. Das andere, freie Kabelende auf den Tisch legen und nicht anschließen.
- Das Multimeter zur Spannungsmessung an den Spannungsausgang des Elektrofeldmeters anschließen.
- Den Messbereichswahlschalter des Elektrofeldmeters auf 100 V einstellen, das Elektrofeldmeter einschalten und ca. 3 Minuten warten bis es sich stabilisiert hat.

DURCHFÜHRUNG

- Mit Hilfe der Feinstellschraube des Plattenkondensators den Plattenabstand $d = 2 \text{ mm} = d_0$ einstellen.
- Das Netzgerät einschalten und die Spannung $U(d_0) = 10 \text{ V} = U_0$ einstellen.
- Zur Entladung des Plattenkondensators die feste Kondensatorplatte mit dem Erdungsstab berühren und so die Platten kurzschließen. Gleichzeitig mit Hilfe des Offsetstellers den Nullpunkt am Elektrofeldmeter einstellen.
- Den Erdungsstab von der festen Kondensatorplatte entfernen und zwecks Potentialausgleichs in die Hand nehmen.
- Den Erdungsstab während der gesamten Messung nicht mehr aus der Hand legen.
- Zum Aufladen des Plattenkondensators mit dem freien Ende des Kabels, das an den Pluspol des Netzgeräts angeschlossen ist, die feste Kondensatorplatte berühren.
- Wenn der Plattenkondensator aufgeladen ist, das Kabel wieder von der festen Kondensatorplatte entfernen, so dass der Plattenkondensator vom Pluspol getrennt wird.
- Am Multimeter die Spannung U_{meas} für den eingestellten Plattenabstand $d = 2 \text{ mm} = d_0$ ablesen und den Wert in die Tab 1 eintragen.
- Den Plattenabstand in 2-mm-Schritten zügig bis $d = 18 \text{ mm}$ erhöhen, bei jedem Schritt die Spannung U_{meas} für den eingestellten Plattenabstand ablesen und den Wert in die Tab. 1 eintragen.

MESSBEISPIEL

Tab. 1: Gemessene Spannungen U_{meas} und korrigierte Spannungen U_{corr} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10,0	10,0
4	16,2	19,8
6	20,7	29,8
8	24,2	40,2
10	26,9	50,6
12	28,9	60,7
14	30,1	69,9
16	31,5	80,1
18	32,0	88,4

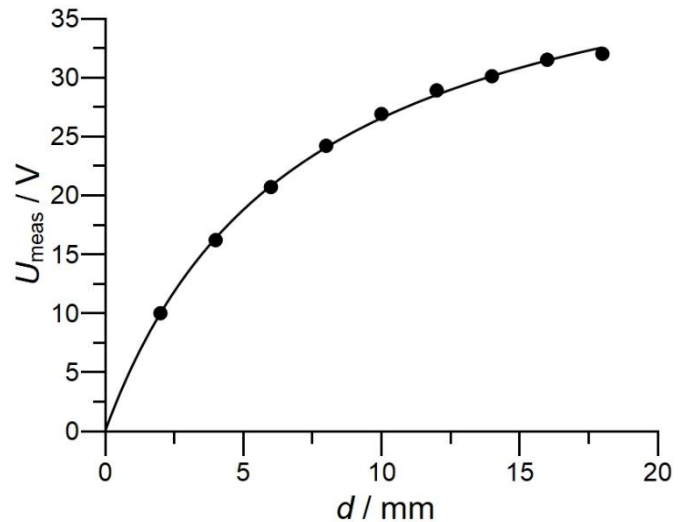


Abb. 3: Gemessene Spannung U_{meas} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d und gemäß Gleichung (9) angepasste Kurve zur Ermittlung der Kapazität C_M

AUSWERTUNG

- Die gemessenen Spannungen U_{meas} aus Tab. 1 gegen die eingestellten Plattenabstände d graphisch auftragen (Abb. 3).

Die Messpunkte spiegeln den gemäß Gleichung (4) erwarteten linearen Verlauf nicht wider. Um den Einfluss des Messaufbaus gemäß Gleichung (11) herausrechnen zu können, muss dessen Kapazität C_M bestimmt werden.

- Gleichung (9) an die Messpunkte $U_{\text{meas}}(d)$ anpassen, um die unbekannte Kapazität C_M zu bestimmen.

Parameter:

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: Plattenfläche

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (aus Gleichung (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (aus Gleichung (3))

Die Anpassung ergibt $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Mit Hilfe der Gleichungen (3), (6) und (11) und dem aus der Anpassung ermittelten Wert für C_M aus den gemessenen Spannungen U_{meas} (Tab. 1) die korrigierten Spannungen U_{corr} berechnen und in Tab. 1 eintragen.
- Die Werte für die korrigierten Spannungen U_{corr} aus Tab. 1 gegen die eingestellten Plattenabstände d graphisch auftragen und eine Ursprungsgerade anpassen (Abb. 4).

Der dem idealen Plattenkondensator zugrunde liegende lineare Zusammenhang $U \propto d$ wird sichtbar.

Hinweise:

Die auf diese Weise um den systematischen Einfluss des Messaufbaus korrigierte Darstellung veranschaulicht den linearen Zusammenhang $U \propto d$, weist ihn aber nicht unabhängig nach. Das bekannte elektrische Feld $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ wird über die Geradensteigung reproduziert. Für einen unabhängigen Nachweis muss die Kapazität C_M entsprechend gemessen werden.

Randeffekte infolge der zunehmenden Inhomogenität des elektrischen Feldes sind im betrachteten Abstandsbereich gegenüber dem dominierenden Einfluss der Kapazität des Messaufbaus nicht signifikant, weil der Plattendurchmesser (ca. 25 cm) groß gegenüber den eingestellten Plattenabständen (2 – 18 mm) ist.

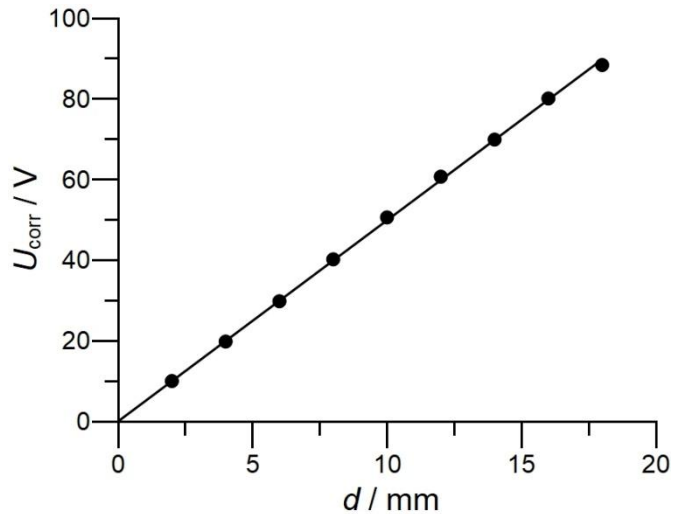


Abb. 4: Korrigierte Spannung U_{corr} in Abhängigkeit vom Plattenabstand d

Voltage on a Parallel-Plate Capacitor

STATIC MEASUREMENT OF VOLTAGE AS A FUNCTION OF PLATE SPACING

- Static measurement of voltage on a parallel plate capacitor as a function of plate spacing.
- Confirmation of the proportionality between voltage and plate spacing for small plate spacings.

UE3010800

09/26 UD



Fig. 1: Experimental setup

PRINCIPLES

The charged plates of a parallel-plate capacitor exert an attractive force on each other. Therefore, mechanical work must be performed to increase the plate spacing of a charged parallel-plate capacitor that has been disconnected from all supply leads. The energy supplied to the capacitor in this way can be verified by observing an increase in the voltage between the plates, provided that no current can flow between the plates during the voltage measurement.

Ideal parallel-plate capacitor

For a more precise description of the relationships, consider the homogeneous electric field E between the capacitor plates carrying the electric charges Q and $-Q$. The following applies:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : plate area,

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} : \text{vacuum permittivity.}$$

If no current can flow when the plate spacing d is changed, the electric charge Q , and therefore the electric field E , remains unchanged.

The following applies to the electric charge:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

The capacitance of a parallel-plate capacitor is given by:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : plate spacing.

For small plate spacings, where the electric field may be regarded as homogeneous, the following relationship therefore applies between the voltage U across the capacitor and the electric field E :

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

That is, the voltage U is proportional to the plate spacing d .

This relationship is verified experimentally using the electric field meter as an electrostatic voltmeter. This ensures that no current can flow through the voltmeter between the capacitor plates and that the electric charge Q on the capacitor plates remains unchanged.

Influence of the measuring equipment

At the beginning of the measurement, the parallel-plate capacitor is charged once by applying the voltage $U(d_0)$ at a plate spacing d_0 . In addition to the capacitance of the parallel-plate capacitor, the capacitance C_M of the measurement setup must be taken into account.

Since the fixed capacitor plate is connected to the upper side of the electric field mill of the electric field meter, while the movable capacitor plate is connected to the lower side of the electric field mill and grounded, the entire arrangement must be regarded as a parallel circuit of capacitances. In particular, the capacitances of the parallel-plate capacitor and the measurement setup add up to give the total capacitance:

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

where

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

The total charge is therefore:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

If the plate spacing is increased to $d > d_0$, the total charge remains constant, provided that the parallel-plate capacitor remains electrically isolated after charging:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

From Eqs. (7) and (8), it follows that

$$(9) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}$$

In particular, if the capacitance C_M is negligible, that is, $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$, the following is obtained:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

To eliminate the influence of the capacitance C_M from the measured voltage, the measured voltage must be multiplied by

a correction factor that relates the voltages in Eqs. (9) and (10). The corrected voltage is therefore:

$$(11) \quad U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M}$$

U_{meas} : measured voltage,
 U_{corr} : corrected voltage.

Note:

At $d = d_0$, $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$ because $C(d) = C(d_0)$.

EQUIPMENT

1 Electric Field Meter	1021405
or	
1 Electric Field Meter (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Parallel-Plate Capacitor, Type D	1006798
1 DC Power Supply, 0–20 V, 0–5 A	1003312
or	
1 DC Power Supply, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Digital Multimeter P 1035	1002781
3 Connecting Leads, Blue, Red, 2 pcs.	1024540
1 Connecting Leads, Black, 2pcs.	1002850

SETUP

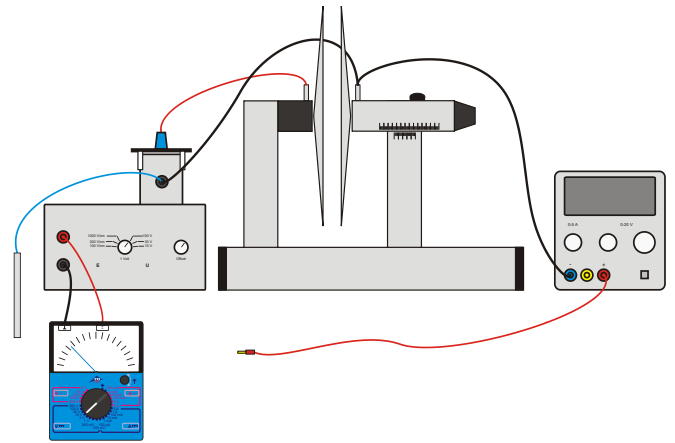


Fig. 2: Experimental setup

- Set up the experiment as shown in Fig. 1 or Fig. 2.
- Place the voltage-measuring plate, measuring range 1× on the shielding cylinder of the electric field meter so that the distance from the shielding plate is as small as possible. Secure the voltage-measuring plate using the knurled screw.
- Connect the fixed capacitor plate to the voltage measuring plate.
- Connect the movable capacitor plate to the ground jack on the shielding cylinder of the electric field meter and to the negative terminal of the power supply.
- Connect the grounding rod to the ground jack on the shielding cylinder of the electric field meter.

- Connect one end of a connecting lead to the positive terminal of the power supply. Place the other, free end of the lead on the table and leave it unconnected.
- Connect the multimeter to the voltage output of the electric field meter for voltage measurement.
- Set the range selector switch of the electric field meter to 100 V, switch on the electric field meter, and wait approximately 3 minutes for it to stabilize.

PROCEDURE

- Use the fine adjustment screw of the parallel-plate capacitor to set the plate spacing to $d = 2 \text{ mm} = d_0$.
- Switch on the power supply and set the voltage to $U(d_0) = 10 \text{ V}$.
- To discharge the parallel-plate capacitor, touch the fixed capacitor plate with the grounding rod, thereby short-circuiting the plates. At the same time, use the offset control to adjust the zero point on the electric field meter.
- Remove the grounding rod from the fixed capacitor plate and hold it in your hand for equipotential bonding.
- Keep the grounding rod in your hand throughout the entire measurement.
- To charge the parallel-plate capacitor, touch the fixed capacitor plate with the free end of the cable connected to the positive terminal of the power supply.
- Once the parallel-plate capacitor is charged, remove the cable from the fixed capacitor plate again so that the parallel-plate capacitor is disconnected from the positive terminal.
- Read the measured voltage U_{meas} on the multimeter for the set plate spacing $d = 2 \text{ mm} = d_0$ and enter the value in Table 1.
- Increase the plate spacing in 2 mm increments up to $d = 18 \text{ mm}$, proceeding without unnecessary delay. At each step, read the measured voltage U_{meas} for the set plate spacing and enter the value in Table 1.

MEASUREMENT EXAMPLE

Table 1: Measured voltage U_{meas} and corrected voltage U_{corr} as a function of plate spacing d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10.0	10.0
4	16.2	19.8
6	20.7	29.8
8	24.2	40.2
10	26.9	50.6
12	28.9	60.7
14	30.1	69.9
16	31.5	80.1
18	32.0	88.4

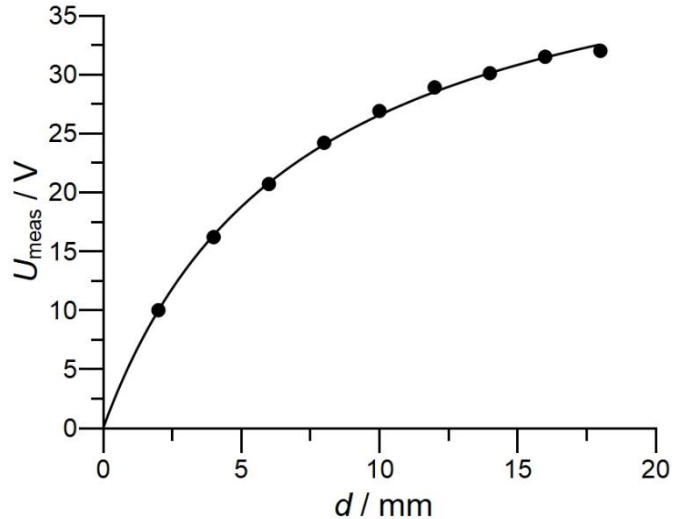


Fig. 3: Measured voltage U_{meas} as a function of plate spacing d , with a curve fitted according to Eq. (9) to determine the capacitance C_M

ANALYSIS

- Plot the measured voltages U_{meas} from Table 1 against the set plate spacings d (Fig. 3).

The measuring points do not exhibit the linear relationship expected according to Eq. (4). To correct for the influence of the measurement setup according to Eq. (11), its capacitance C_M must be determined.

- Fit Eq. (9) to the measuring points $U_{\text{meas}}(d)$ to determine the unknown capacitance C_M .

Parameters:

$$d_0 = 2 \text{ mm}$$

$$U(d_0) = 10 \text{ V}$$

$$A = 0,05 \text{ m}^2: \text{ plate area}$$

$$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F (from Eq. (6))}$$

$$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d \text{ (from Eq. (3))}$$

The fit yields $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Using Eqs. (3), (6), and (11), as well as the value of C_M determined from the fit, calculate the corrected voltages U_{corr} from the measured voltages U_{meas} in Table 1 and enter the results in Table 1.
- Plot the corrected voltages U_{corr} from Table 1 against the set plate spacings d and fit a straight line through the origin to the data (Fig. 4).

The linear relationship $U \propto d$ underlying the ideal parallel-plate capacitor is revealed.

Notes:

The plot corrected in this way for the systematic influence of the measurement setup illustrates the linear relationship $U \propto d$, but does not independently verify it. The known electric field $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ is reproduced by the slope of the fitted straight line. For independent verification, the capacitance C_M must be measured separately.

Within the range of plate spacings considered, fringing effects caused by the increasing inhomogeneity of the electric field are not significantly visible compared with the dominant influence of the capacitance of the measurement setup, because the plate diameter (approximately 25 cm) is large relative to the set plate spacings (2 – 18 mm).

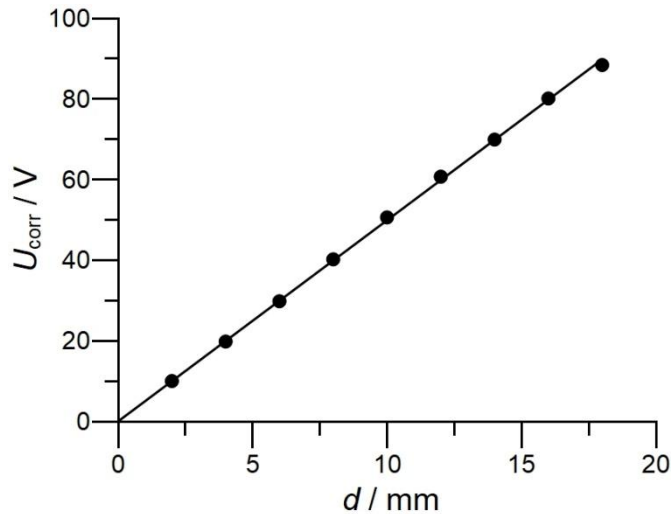


Fig. 4: Corrected voltage U_{corr} as a function of plate spacing d

Tensión en un condensador de placas paralelas

MEDICIÓN ESTÁTICA DE LA TENSIÓN EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA ENTRE PLACAS

- Medición estática de la tensión en un condensador de placas paralelas en función de la distancia entre placas.
- Confirmación de la proporcionalidad entre la tensión y la distancia entre placas para distancias entre placas pequeñas.

UE3010800

09/26 UD



Fig. 1: Montaje experimental

FUNDAMENTOS

Las placas cargadas de un condensador de placas paralelas ejercen entre sí una fuerza de atracción. Por lo tanto, debe realizarse trabajo mecánico para aumentar la distancia entre placas de un condensador de placas paralelas cargado que se haya desconectado de todos los cables de alimentación. La energía suministrada de este modo al condensador puede comprobarse observando un aumento de la tensión entre las placas, siempre que no pueda circular corriente entre ellas durante la medición de la tensión.

Condensador de placas paralelas ideal

Para describir con mayor precisión estas relaciones, considérese el campo eléctrico homogéneo E entre las placas del condensador, que poseen las cargas eléctricas Q y $-Q$. Se cumple:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : área de la placa,

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} : \text{permitividad del vacío.}$$

Si no puede circular corriente al modificar la distancia entre placas d , la carga eléctrica Q y, por tanto, el campo eléctrico E permanecen constantes.

Para la carga eléctrica se cumple:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

La capacitancia de un condensador de placas paralelas viene dada por:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : distancia entre placas.

Por lo tanto, para distancias entre placas pequeñas, en las que el campo eléctrico puede considerarse homogéneo, se cumple la siguiente relación entre la tensión U en el condensador y el campo eléctrico E :

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

Es decir, la tensión U es proporcional a la distancia entre placas d .

Esta relación se verifica experimentalmente utilizando el medidor de campo eléctrico como voltímetro electrostático. De este modo se garantiza que no pueda circular corriente a través del voltímetro entre las placas del condensador y que la carga eléctrica Q de las placas del condensador permanezca constante.

Influencia de los equipos de medición

Al comienzo de la medición, el condensador de placas paralelas se carga una sola vez aplicando la tensión $U(d_0)$ con una distancia entre placas d_0 . Además de la capacitancia del condensador de placas paralelas, debe tenerse en cuenta la capacitancia C_M del montaje de medición.

Dado que la placa fija del condensador está conectada a la parte superior del molino de campo eléctrico del medidor de campo eléctrico y la placa móvil del condensador está conectada a la parte inferior del molino de campo eléctrico y puesta a tierra, todo el conjunto debe considerarse como un circuito en paralelo de capacitancias. En particular, las capacitancias del condensador de placas paralelas y del montaje de medición se suman para dar la capacitancia total:

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

Donde

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Por lo tanto, la carga total es:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Si la distancia entre placas se aumenta hasta $d > d_0$, la carga total permanece constante, siempre que el condensador de placas paralelas permanezca eléctricamente aislado después de la carga:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que

$$(9) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}$$

En particular, si la capacitancia C_M es despreciable, es decir, $C_M \ll C(d_0), C(d)$, se obtiene:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Para eliminar la influencia de la capacitancia C_M sobre la tensión medida, esta debe multiplicarse por un factor de corrección que relacione las tensiones de las ecuaciones (9) y (10). Por lo tanto, la tensión corregida es:

$$(11) \quad U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M}$$

U_{meas} : tensión medida,

U_{corr} : tensión corregida.

Nota:

Para $d = d_0$, $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$, porque $C(d) = C(d_0)$.

EQUIPO Y MATERIAL

1 Medidor de campo eléctrico	1021405
0	
1 Medidor de campo eléctrico (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Condensador de placas paralelas, tipo D	1006798
1 Fuente de alimentación CC, 0–20 V, 0–5 A	1003312
0	
1 Fuente de alimentación CC, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Multímetro digital P1035	1002781
3 Cables de experimentación, azul, rojo, 2 ud.	1024540
1 Cables de experimentación, negro, 2 ud.	1002850

MONTAJE

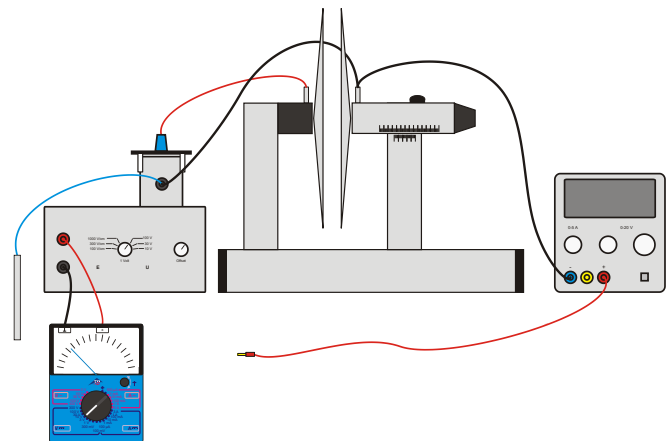


Fig. 2: Montaje experimental

- Montar el experimento como se muestra en la Fig. 1 o la Fig. 2.
- Colocar la placa de medición de tensión, rango de medición 1x, sobre el cilindro de blindaje del medidor de campo eléctrico, de modo que la distancia a la placa de blindaje sea lo más pequeña posible. Fijar la placa de medición de tensión con el tornillo moleteado.
- Conectar la placa fija del condensador a la placa de medición de tensión.

- Conectar la placa móvil del condensador al conector hembra de masa situado en el cilindro de blindaje del medidor de campo eléctrico y al polo negativo de la fuente de alimentación.
- Conectar la varilla de puesta a tierra al conector hembra de masa situado en el cilindro de blindaje del medidor de campo eléctrico.
- Conectar un extremo de un cable de experimentación al polo positivo de la fuente de alimentación. Colocar el otro extremo libre del cable sobre la mesa y déjelo sin conectar.
- Conectar el multímetro a la salida de tensión del medidor de campo eléctrico para medir la tensión.
- Ajustar el selector de rango de medición del medidor de campo eléctrico a 100 V, enciéndalo y esperar aproximadamente 3 minutos hasta que se haya estabilizado.

PROCEDIMIENTO

- Utilizar el tornillo de ajuste fino del condensador de placas paralelas para ajustar la distancia entre placas a $d = 2 \text{ mm} = d_0$.
- Encender la fuente de alimentación y ajustar la tensión a $U(d_0) = 10 \text{ V}$.
- Para descargar el condensador de placas paralelas, tocar la placa fija del condensador con la varilla de puesta a tierra, cortocircuitando así las placas. Al mismo tiempo, utilizar el regulador de offset para ajustar el punto cero del medidor de campo eléctrico.
- Retirar la varilla de puesta a tierra de la placa fija del condensador y sostenerla en la mano para la conexión equipotencial.
- Mantener la varilla de puesta a tierra en la mano durante toda la medición.
- Para cargar el condensador de placas paralelas, tocar la placa fija del condensador con el extremo libre del cable conectado al polo positivo de la fuente de alimentación.
- Una vez cargado el condensador de placas paralelas, separar el cable de la placa fija para que el condensador ya no esté conectado al polo positivo.
- Leer en el multímetro la tensión medida U_{meas} para la distancia entre placas ajustada $d = 2 \text{ mm} = d_0$ e introducir el valor en la Tabla 1.
- Aumentar la distancia entre placas en incrementos de 2 mm hasta $d = 18 \text{ mm}$, procediendo sin demoras innecesarias. En cada paso, leer la tensión medida U_{meas} correspondiente a la distancia entre placas ajustada e introducir el valor en la Tabla 1.

EJEMPLO DE MEDICIÓN

Tabla 1: Tensión medida U_{meas} y tensión corregida U_{corr} en función de la distancia entre placas d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10.0	10.0
4	16.2	19.8
6	20.7	29.8
8	24.2	40.2
10	26.9	50.6
12	28.9	60.7
14	30.1	69.9
16	31.5	80.1
18	32.0	88.4

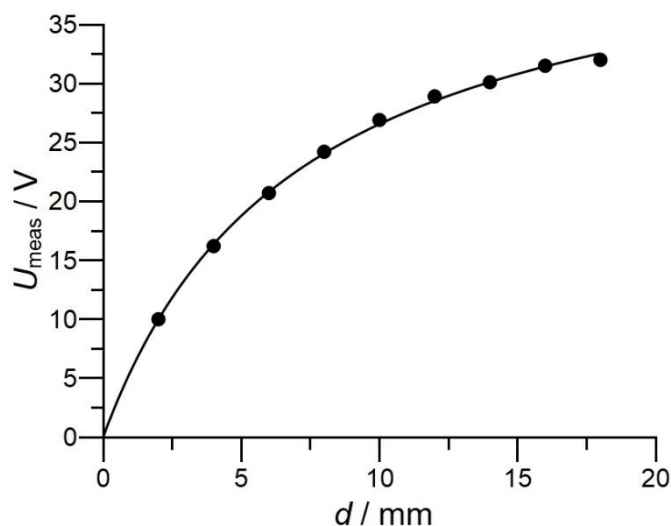


Fig. 3: Tensión medida U_{meas} en función de la distancia entre placas d , con una curva ajustada según la Ec. (9) para determinar la capacitancia C_M .

ANÁLISIS DE RESULTADOS

- Representar gráficamente las tensiones medidas U_{meas} de la Tabla 1 en función de las distancias entre placas ajustadas d (Fig. 3).

Los puntos de medición no muestran la relación lineal esperada según la Ec. (4). Para corregir la influencia del montaje de medición conforme a la Ec. (11), debe determinarse su capacitancia C_M .

- Ajustar la Ec. (9) a los puntos de medición $U_{\text{meas}}(d)$ para determinar la capacitancia desconocida C_M .

Parámetros:

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: área de la placa

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (de la Ec. (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (de la Ec. (3))

El ajuste da como resultado $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Utilizando las Ecs. (3), (6) y (11), así como el valor de C_M determinado mediante el ajuste, calcular las tensiones corregidas U_{corr} a partir de las tensiones medidas U_{meas} de la Tabla 1 e introducir los resultados en la Tabla 1.
- Representar gráficamente las tensiones corregidas U_{corr} de la Tabla 1 en función de las distancias entre placas ajustadas d y ajustar una línea recta que pase por el origen a los datos (Fig. 4).

Se hace visible la relación lineal $U \propto d$ que subyace al condensador de placas paralelas ideal.

Notas:

La representación gráfica corregida de este modo para tener en cuenta la influencia sistemática del montaje de medición ilustra la relación lineal $U \propto d$, pero no la verifica de forma independiente. El campo eléctrico conocido $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ se reproduce mediante la pendiente de la recta ajustada. Para una verificación independiente, la capacitancia C_M debe medirse por separado.

Dentro del rango de distancias entre placas considerado, los efectos de borde provocados por la creciente falta de homogeneidad del campo eléctrico no son significativamente visibles en comparación con la influencia dominante de la capacitancia del montaje de medición, ya que el diámetro de las placas (aproximadamente 25 cm) es grande en relación con las distancias entre placas ajustadas (2 – 18 mm).

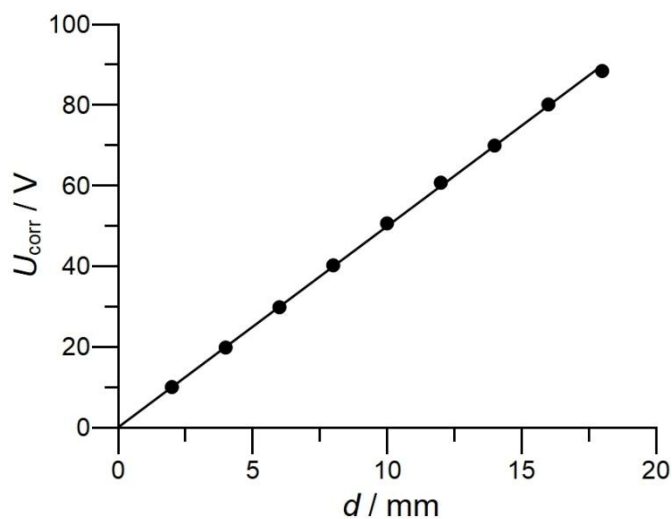


Fig. 4: Tensión corregida U_{corr} en función de la distancia entre placas d . Corrected voltage

TENSION AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR À PLAQUES

MESURE STATIQUE DE LA TENSION EN FONCTION DE L'ÉCARTEMENT DES PLAQUES

- Mesure statique de la tension aux bornes d'un condensateur à plaques en fonction de l'écartement des plaques.
- Confirmation de la proportionnalité entre la tension et l'écartement des plaques pour de faibles écartements des plaques.

UE3010800

09/26 UD



Fig. 1 : Montage expérimental

PRINCIPES FONDAMENTAUX

Les plaques chargées d'un condensateur à plaques exercent l'une sur l'autre une force d'attraction. Pour augmenter l'écartement des plaques d'un condensateur à plaques chargé et déconnecté de toute liaison électrique, il faut donc fournir un travail mécanique. L'énergie ainsi fournie au condensateur peut être mise en évidence par une augmentation de la tension entre les plaques, à condition de s'assurer qu'aucun courant ne puisse circuler entre les plaques lors de la mesure de la tension.

Condensateur à plaques idéal

Pour décrire plus précisément les relations, on considère le champ électrique homogène E entre les plaques du condensateur portant les charges Q et $-Q$. On a :

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A: surface de la plaque,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$: permittivité du vide.

Si aucun courant ne peut circuler lors d'une modification de l'écartement des plaques d , la charge Q et, par conséquent, le champ électrique E restent inchangés.

Pour la charge, on a :

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

La capacité électrique d'un condensateur à plaques est donnée par :

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : écartement des plaques.

Pour de faibles écartements, pour lesquels le champ électrique peut être considéré comme homogène, on a donc, pour la tension U aux bornes du condensateur et le champ électrique E :

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

c'est-à-dire que la tension U est proportionnelle à l'écartement des plaques d .

Cela est vérifié expérimentalement à l'aide d'appareil de mesure de champ électrique utilisé comme voltmètre électrostatique. Il est ainsi garanti qu'aucun courant ne peut circuler à travers le voltmètre entre les plaques du condensateur et que la charge Q sur les plaques du condensateur reste constante.

Influence des appareils de mesure

Au début de la mesure, le condensateur à plaques est chargé une seule fois en appliquant la tension $U(d_0)$ pour un écartement des plaques d_0 . Outre la capacité électrique du condensateur à plaques, il faut tenir compte de la capacité électrique C_M du montage de mesure.

Comme la plaque fixe du condensateur est reliée à la face supérieure du moulin à champ d'appareil de mesure de champ électrique et que la plaque mobile du condensateur est reliée à la face inférieure du moulin à champ et mise à la terre, l'ensemble du montage doit être considéré comme un circuit en parallèle de capacités électriques. En particulier, les capacités électriques du condensateur à plaques et du montage de mesure s'additionnent pour donner la capacité totale :

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

avec

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Il en résulte pour la charge totale :

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Si l'écartement des plaques est augmenté jusqu'à $d > d_0$, la charge totale reste constante si le condensateur à plaques reste isolé électriquement après avoir été chargé :

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

Des équations (7) et (8), on obtient :

$$(9) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}$$

En particulier, dans le cas où la capacité électrique C_M est négligeable, c'est-à-dire $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$, on obtient :

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Afin d'éliminer l'influence de la capacité électrique C_M sur la tension mesurée, celle-ci doit être multipliée par un facteur de correction qui met en relation les tensions des équations (9) et (10). On obtient ainsi pour la tension corrigée :

$$(11) \quad U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} = U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M}$$

U_{meas} : tension mesurée,

U_{corr} : tension corrigée.

Remarque :

Pour $d = d_0$, on a $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$, puisque $C(d) = C(d_0)$.

MATÉRIEL

1 Appareil de mesure de champ électrique	1021405
ou	
1 Appareil de mesure de champ électrique (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Condensateur à plaques, type D	1006798
1 Alimentation continue, 0–20 V, 0–5 A	1003312
ou	
1 Alimentation continue, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Multimètre numérique P1035	1002781
3 Cordons électriques standard, bleu, rouge, 2 pces.	1024540
1 Cordons électriques standard, noir, 2 pces.	1002850

MONTAGE

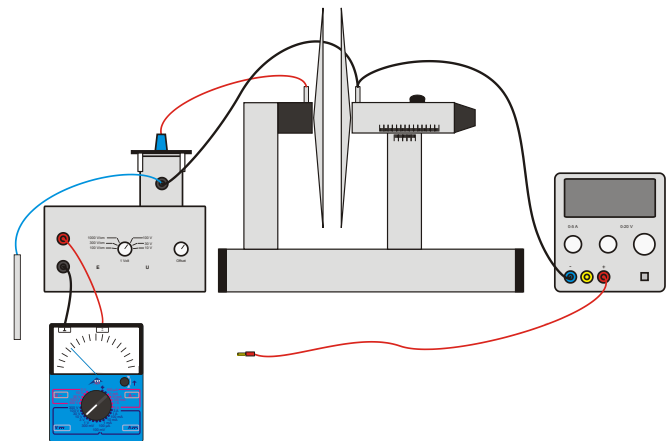


Fig. 2 : Montage expérimental

- Monter l'expérience comme indiqué à la fig. 1 ou à la fig. 2.
- Placer la plaque de mesure de tension, avec la plage de mesure 1x, sur le cylindre de blindage d'appareil de mesure de champ électrique de manière à ce que la distance par rapport à la plaque de blindage soit aussi faible que possible. Fixer la plaque de mesure de tension à l'aide de la vis moletée.
- Relier la plaque fixe du condensateur à la plaque de mesure de tension.

- Relier la plaque mobile du condensateur à la douille de masse située sur le cylindre de blindage d'appareil de mesure de champ électrique ainsi qu'au pôle négatif de l'alimentation.
- Raccorder la tige de mise à la terre à la douille de masse située sur le cylindre de blindage d'appareil de mesure de champ électrique.
- Raccorder une extrémité d'un cordon électrique au pôle positif de l'alimentation. Poser l'autre extrémité libre du cordon sur la table sans la raccorder.
- Raccorder le multimètre à la sortie de tension d'appareil de mesure de champ électrique pour mesurer la tension.
- Régler le sélecteur de plage de mesure d'appareil de mesure de champ électrique sur 100 V, mettre l'appareil de mesure de champ électrique sous tension et attendre environ 3 minutes jusqu'à ce qu'il se soit stabilisé.

PROCÉDURE

- Régler l'écartement des plaques sur $d = 2 \text{ mm} = d_0$ à l'aide de la vis de réglage fin du condensateur à plaques.
- Mettre l'alimentation sous tension et régler la tension $U(d_0) = 10 \text{ V} = U_0$.
- Pour décharger le condensateur à plaques, toucher la plaque fixe du condensateur avec la tige de mise à la terre afin de court-circuiter les plaques. Régler simultanément le point zéro d'appareil de mesure de champ électrique à l'aide du réglage d'offset.
- Retirer la tige de mise à la terre de la plaque fixe du condensateur et la tenir dans la main afin d'assurer la liaison équipotentielle.
- Ne plus lâcher la tige de mise à la terre pendant toute la durée de la mesure.
- Pour charger le condensateur à plaques, toucher la plaque fixe du condensateur avec l'extrémité libre du cordon raccordé au pôle positif de l'alimentation.
- Lorsque le condensateur à plaques est chargé, retirer de nouveau le cordon de la plaque fixe du condensateur afin que le condensateur à plaques soit déconnecté du pôle positif.
- Lire sur le multimètre la tension U_{meas} pour l'écartement des plaques réglé à $d = 2 \text{ mm} = d_0$ et reporter la valeur dans le tableau 1.
- Augmenter rapidement l'écartement des plaques par pas de 2 mm jusqu'à $d = 18 \text{ mm}$. À chaque étape, relever la tension mesurée U_{meas} pour l'écartement des plaques réglé et reporter la valeur dans le tableau 1.

EXEMPLE DE MESURE

Tableau 1 : Tensions mesurées U_{meas} et tensions corrigées U_{corr} en fonction de l'écartement des plaques d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10,0	10,0
4	16,2	19,8
6	20,7	29,8
8	24,2	40,2
10	26,9	50,6
12	28,9	60,7
14	30,1	69,9
16	31,5	80,1
18	32,0	88,4

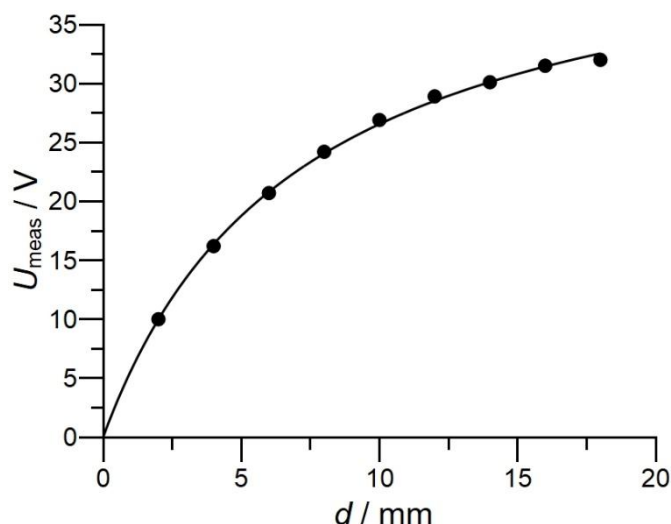


Fig. 3 : Tension mesurée U_{meas} en fonction de l'écartement des plaques d et courbe ajustée selon l'équation (9) pour déterminer la capacité électrique C_M

ANALYSE DES RÉSULTATS

- Représenter graphiquement les tensions mesurées U_{meas} du tableau 1 en fonction des écartements d réglés des plaques (fig. 3).

Les points de mesure ne reproduisent pas l'évolution linéaire attendue selon l'équation (4). Afin de pouvoir éliminer l'influence du montage de mesure conformément à l'équation (11), il faut déterminer sa capacité électrique C_M .

- Ajuster l'équation (9) aux points de mesure $U_{\text{meas}}(d)$ afin de déterminer la capacité électrique inconnue C_M .

Paramètres :

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: surface de la plaque

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (d'après l'équation (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (d'après l'équation (3))

L'ajustement donne $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- À l'aide des équations (3), (6) et (11) ainsi que de la valeur de C_M déterminée par l'ajustement, calculer les tensions corrigées U_{corr} à partir des tensions mesurées U_{meas} (tableau 1) et inscrire les valeurs dans le tableau 1.
- Représenter graphiquement les valeurs des tensions corrigées U_{corr} du tableau 1 en fonction des écartements d réglés des plaques et ajuster une droite passant par l'origine (fig. 4).

La relation linéaire $U \propto d$ qui caractérise le condensateur à plaques idéal devient visible.

Remarques :

La représentation ainsi corrigée pour l'influence systématique du montage de mesure illustre la relation linéaire $U \propto d$, mais ne la démontre pas de manière indépendante. Le champ électrique connu $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ est reproduit par la pente de la droite. Pour une démonstration indépendante, la capacité électrique C_M doit être mesurée séparément.

Les effets de bord dus à l'inhomogénéité croissante du champ électrique ne sont pas significatifs, dans la plage d'écartements considérée, par rapport à l'influence dominante de la capacité électrique du montage de mesure, car le diamètre des plaques (env. 25 cm) est grand par rapport aux écartements des plaques réglés (2 – 18 mm).

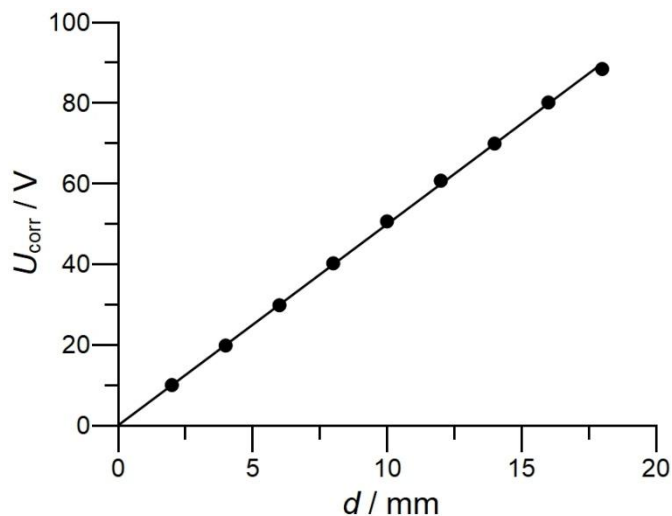


Fig. 4 : Tension corrigée U_{corr} en fonction de l'écartement des plaques d

Tensione sul condensatore a piastre parallele

MISURA STATICA DELLA TENSIONE IN FUNZIONE DELLA DISTANZA TRA LE PIASTRE

- Misura statica della tensione su un condensatore a piastre parallele in funzione della distanza tra le piastre.
- Conferma della proporzionalità tra tensione e distanza tra le piastre per piccole distanze tra le piastre.

UE3010800

09/26 UD



Fig. 1: Apparato sperimentale

PRINCIPI

Le piastre cariche di un condensatore a piastre parallele esercitano una forza di attrazione reciproca. Per aumentare la distanza tra le piastre di un condensatore a piastre parallele carico e scollegato da tutti i cavi per esperimenti, è pertanto necessario compiere lavoro meccanico. L'energia fornita in questo modo al condensatore può essere rilevata come un aumento della tensione tra le piastre, a condizione che durante la misura della tensione non possa fluire corrente tra le piastre.

Condensatore ideale a piastre parallele

Per descrivere più precisamente le relazioni, si considera il campo elettrico omogeneo E tra le piastre del condensatore che portano le cariche Q e $-Q$. Vale:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : Area della piastra,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$: Permittività elettrica del vuoto.

Se durante una variazione della distanza tra le piastre d non può fluire corrente, la carica Q e quindi anche il campo elettrico E rimangono invariati.

Per la carica vale:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

La capacità elettrica di un condensatore a piastre parallele è data da:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : Distanza tra le piastre.

Per piccole distanze, per le quali il campo elettrico può essere considerato omogeneo, per la tensione U sul condensatore e il campo elettrico E vale quindi:

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

cioè la tensione U è proporzionale alla distanza tra le piastre d .

Questo viene verificato nell'esperimento con il misuratore di campo elettrico utilizzato come voltmetro elettrostatico. In questo modo si garantisce che non possa fluire corrente attraverso il voltmetro tra le piastre del condensatore e che la carica Q sulle piastre del condensatore rimanga costante.

Influenza degli strumenti di misura

All'inizio della misura, il condensatore a piastre parallele viene caricato una sola volta applicando la tensione $U(d_0)$ con una distanza tra le piastre d_0 . Oltre alla capacità elettrica del condensatore a piastre parallele, deve essere considerata anche la capacità elettrica C_M della configurazione di misura.

Poiché la piastra fissa del condensatore è collegata alla parte superiore del mulino di campo elettrico del misuratore di campo elettrico e la piastra mobile del condensatore è collegata alla parte inferiore del mulino di campo elettrico e messa a terra, l'intero apparato deve essere considerato come un circuito in parallelo di capacità elettriche. In particolare, le capacità elettriche del condensatore a piastre parallele e della configurazione di misura si sommano formando la capacità totale

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

con

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Per la carica totale ne consegue:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Se la distanza tra le piastre viene aumentata a $d > d_0$, la carica totale rimane costante, purché il condensatore a piastre parallele rimanga elettricamente isolato dopo la carica:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

Da (7) e (8) segue:

$$(9) \quad \begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow \\ U(d) &= U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M} \end{aligned}$$

In particolare, nel caso in cui la capacità elettrica C_M sia trascurabile, cioè $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$, si ottiene:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Per eliminare l'influenza della capacità elettrica C_M sulla

tensione misurata, questa deve essere moltiplicata per un fattore di correzione che mette in relazione le tensioni delle equazioni (9) e (10), ottenendo così per la tensione corretta:

$$(11) \quad \begin{aligned} U_{\text{corr}} &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} \\ &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M} \end{aligned}$$

U_{meas} : Tensione misurata,

U_{corr} : Tensione corretta.

Nota:

A $d = d_0$ vale $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$ poiché $C(d) = C(d_0)$.

APPARECCHIATURE E MATERIALI

1 Misuratore di campo elettrico	1021405
oppure	
1 Misuratore di campo elettrico (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Condensatore a piastre parallele, tipo D	1006798
1 Alimentatore CC, 0–20 V, 0–5 A	1003312
oppure	
1 Alimentatore CC, 0–20 V, 0–5 A	1003311
(115 V, 50/60 Hz)	
1 Multimetro digitale P1035	1002781
3 Cavi per esperimenti, blu, rosso, 2 pz.	1024540
1 Cavi per esperimenti, nero, 2 pz.	1002850

MONTAGGIO

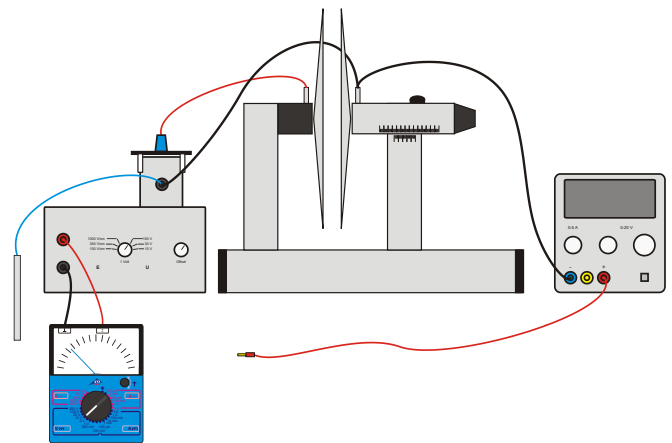


Fig. 2: Apparato sperimentale

- Montare l'esperimento come mostrato nella Fig. 1 o nella Fig. 2.
- Posizionare la piastra di misura della tensione con campo di misura 1x sul cilindro di schermatura del misuratore di campo elettrico in modo che la distanza dalla piastra di schermatura sia la minima possibile. Fissare la piastra di misura della tensione con l'ausilio della vite zigrinata.
- Collegare la piastra fissa del condensatore alla piastra di misura della tensione.
- Collegare la piastra mobile del condensatore alla boccola di massa sul cilindro di schermatura del misuratore di campo elettrico e al polo negativo dell'alimentatore.

- Collegare l'asta di messa a terra alla boccia di massa sul cilindro di schermatura del misuratore di campo elettrico.
- Collegare un'estremità di un cavo per esperimenti al polo positivo dell'alimentatore. Posizionare l'altra estremità libera del cavo sul tavolo e non collegarla.
- Collegare il multimetro per la misura della tensione all'uscita di tensione del misuratore di campo elettrico.
- Impostare il selettore del campo di misura del misuratore di campo elettrico su 100 V, accendere il misuratore di campo elettrico e attendere circa 3 minuti fino a quando si è stabilizzato.

PROCEDIMENTO

- Con l'ausilio della vite di regolazione fine del condensatore a piastre parallele, impostare la distanza tra le piastre $d = 2 \text{ mm} = d_0$.
- Accendere l'alimentatore e impostare la tensione $U(d_0) = 10 \text{ V} = U_0$.
- Per scaricare il condensatore a piastre parallele, toccare la piastra fissa del condensatore con l'asta di messa a terra, cortocircuitando così le piastre. Contemporaneamente, regolare il punto zero sul misuratore di campo elettrico mediante il regolatore di offset.
- Allontanare l'asta di messa a terra dalla piastra fissa del condensatore e tenerla in mano per garantire il collegamento equipotenziale.
- Durante l'intera misura, non lasciare più l'asta di messa a terra.
- Per caricare il condensatore a piastre parallele, toccare la piastra fissa del condensatore con l'estremità libera del cavo collegato al polo positivo dell'alimentatore.
- Quando il condensatore a piastre parallele è carico, allontanare nuovamente il cavo dalla piastra fissa del condensatore, in modo da separare il condensatore a piastre parallele dal polo positivo.
- Leggere sul multimetro la tensione U_{meas} per la distanza tra le piastre impostata $d = 2 \text{ mm} = d_0$ e riportare il valore nella Tab. 1.
- Aumentare la distanza tra le piastre in incrementi di 2 mm fino a $d = 18 \text{ mm}$, procedendo senza indugio; a ogni incremento, leggere la tensione U_{meas} corrispondente alla distanza tra le piastre impostata e riportare il valore nella Tab. 1.

ESEMPIO DI MISURA

Tab. 1: Tensioni misurate U_{meas} e tensioni corrette U_{corr} in funzione della distanza tra le piastre d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10,0	10,0
4	16,2	19,8
6	20,7	29,8
8	24,2	40,2
10	26,9	50,6
12	28,9	60,7
14	30,1	69,9
16	31,5	80,1
18	32,0	88,4

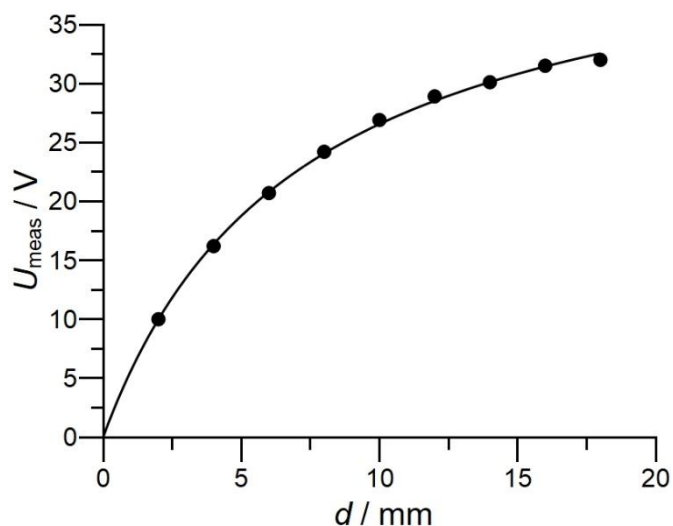


Fig. 3: Tensione misurata U_{meas} in funzione della distanza tra le piastre d e curva adattata secondo l'equazione (9) per determinare la capacità elettrica C_M .

ANALISI DEI DATI

- Rappresentare graficamente le tensioni misurate U_{meas} della Tab. 1 in funzione delle distanze tra le piastre d impostate (Fig. 3).

I punti di misura non rispecchiano l'andamento lineare previsto dall'equazione (4). Per poter eliminare l'influenza della configurazione di misura secondo l'equazione (11), è necessario determinarne la capacità elettrica C_M .

- Adattare l'equazione (9) ai punti di misura $U_{\text{meas}}(d)$ per determinare la capacità elettrica incognita C_M .

Parametri:

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: Area della piastra

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (dall'equazione (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (dall'equazione (3))

L'adattamento fornisce $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Con l'ausilio delle equazioni (3), (6) e (11) e del valore di C_M determinato mediante l'adattamento, calcolare le tensioni corrette U_{corr} a partire dalle tensioni misurate U_{meas} (Tab. 1) e riportarle nella Tab. 1.
- Rappresentare graficamente i valori delle tensioni corrette U_{corr} della Tab. 1 in funzione delle distanze tra le piastre d impostate e adattare una retta passante per l'origine (Fig. 4).

La relazione lineare $U \propto d$ alla base del condensatore ideale a piastre parallele diventa evidente.

Note:

La rappresentazione, corretta in questo modo per l'influenza sistematica della configurazione di misura, illustra la relazione lineare $U \propto d$, ma non ne fornisce una verifica indipendente. Il campo elettrico noto $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ viene riprodotto dalla pendenza della retta. Per una verifica indipendente, la capacità elettrica C_M deve essere misurata separatamente.

Gli effetti di bordo dovuti alla crescente disomogeneità del campo elettrico non sono significativi, nell'intervallo di distanze considerato, rispetto all'influenza dominante della capacità elettrica della configurazione di misura, poiché il diametro delle piastre (circa 25 cm) è grande rispetto alle distanze tra le piastre impostate (2 – 18 mm).

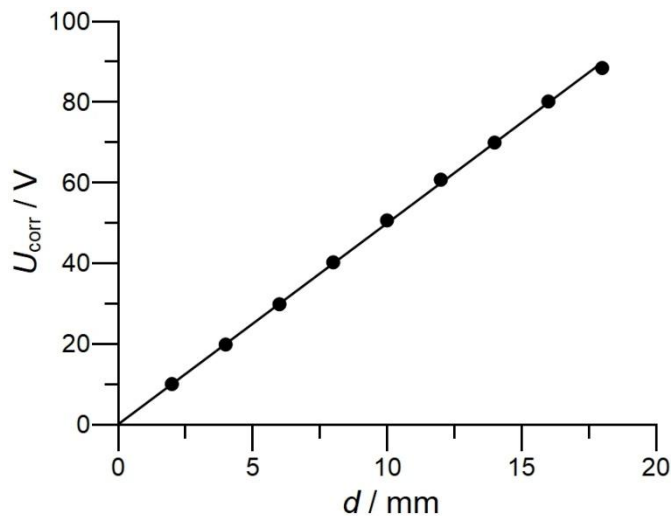


Fig. 4: Tensione corretta U_{corr} in funzione della distanza tra le piastre d

Tensão no capacitor de placas paralelas

MEDIÇÃO ESTÁTICA DA TENSÃO EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE PLACAS

- Medição estática da tensão em um capacitor de placas paralelas em função da distância entre placas.
- Confirmação da proporcionalidade entre tensão e distância entre placas para pequenas distâncias entre placas.

UE3010800

09/26 UD



Abb. 1: Montagem experimental

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

As placas carregadas de um capacitor de placas paralelas exercem uma força de atração entre si. Portanto, para aumentar a distância entre placas de um capacitor de placas paralelas carregado e desconectado de quaisquer cabos de alimentação, é necessário realizar trabalho mecânico. A energia fornecida dessa forma ao capacitor pode ser comprovada pelo aumento da tensão entre as placas, desde que seja assegurado que, durante a medição da tensão, nenhuma corrente possa fluir entre as placas.

Capacitor ideal de placas paralelas

Para uma descrição mais precisa das relações, considera-se o campo elétrico homogêneo E entre as placas do capacitor que possuem as cargas Q e $-Q$. Tem-se:

$$(1) \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

A : Área da placa,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$: Permissividade elétrica do vácuo.

Se, durante uma alteração da distância entre placas d , não puder haver fluxo de corrente, a carga Q e, consequentemente, também o campo elétrico E permanecem inalterados.

Para a carga, tem-se:

$$(2) \quad Q = C \cdot U$$

A capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada por:

$$(3) \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

d : Distância entre placas.

Para pequenas distâncias, nas quais o campo elétrico pode ser considerado homogêneo, tem-se, portanto, para a tensão U no capacitor e o campo elétrico E .

$$(4) \quad U = E \cdot d$$

ou seja, a tensão U é proporcional à distância entre placas d .

Isso é verificado no experimento com o medidor de campo elétrico como voltímetro eletrostático. Dessa forma, garante-se que nenhuma corrente possa fluir através do voltímetro entre as placas do capacitor e que a carga Q nas placas do capacitor seja mantida.

Influência dos equipamentos de medição

No início da medição, o capacitor de placas paralelas é carregado uma única vez mediante a aplicação da tensão $U(d_0)$, com uma distância entre placas d_0 . Além da capacitância do capacitor de placas paralelas, deve-se considerar a capacitância C_M da montagem de medição.

Como a placa fixa do capacitor está conectada à parte superior do moínho de campo elétrico do medidor de campo elétrico, e a placa móvel do capacitor está conectada à parte inferior do moínho de campo elétrico e aterrada, todo o arranjo deve ser considerado como um circuito em paralelo de capacitâncias. Em particular, as capacitâncias do capacitor de placas paralelas e da montagem de medição somam-se para formar a capacitância total

$$(5) \quad C_{\text{tot}} = C(d_0) + C_M$$

com

$$(6) \quad C(d_0) = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_0}$$

Para a carga total, resulta:

$$(7) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0)$$

Se a distância entre placas for aumentada para $d > d_0$, a carga total permanecerá constante se o capacitor de placas paralelas permanecer eletricamente isolado após o carregamento:

$$(8) \quad Q_{\text{tot}} = [C(d) + C_M] \cdot U(d)$$

De (7) e (8), resulta:

$$(9) \quad \begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= [C(d) + C_M] \cdot U(d) = [C(d_0) + C_M] \cdot U(d_0) \Leftrightarrow \\ U(d) &= U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M} \end{aligned}$$

Em particular, para o caso em que a capacitância C_M seja desprezível, ou seja, $C_M \ll C(d_0)$, $C(d)$, obtém-se:

$$(10) \quad U(d) = U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}$$

Para eliminar da tensão medida a influência da capacitância C_M , é necessário multiplicá-la por um fator de correção que relacione as tensões de (9) e (10), de modo que, para a tensão

corrigida, resulte:

$$(11) \quad \begin{aligned} U_{\text{corr}} &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0)}{C(d)}}{U(d_0) \cdot \frac{C(d_0) + C_M}{C(d) + C_M}} \\ &= U_{\text{meas}} \cdot \frac{C(d) + C_M}{C(d)} \cdot \frac{C(d_0)}{C(d_0) + C_M} \end{aligned}$$

U_{meas} : Tensão medida,

U_{corr} : Tensão corrigida.

Observação:

Para $d = d_0$, tem-se $U_{\text{corr}} = U_{\text{meas}}$, pois $C(d) = C(d_0)$.

MATERIAL

1 Medidor de campo elétrico	1021405
ou	
1 Medidor de campo elétrico (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1 Capacitor de placas paralelas, tipo D	1006798
1 Fonte de alimentação CC, 0–20 V, 0–5 A	1003312
ou	
1 Fonte de alimentação CC, 0–20 V, 0–5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1 Multímetro digital P1035	1002781
3 Cabos para experimentos, azul, vermelho, 2 unid.	1024540
1 Cabos para experimentos, preto, 2 unid.	1002850

MONTAGEM

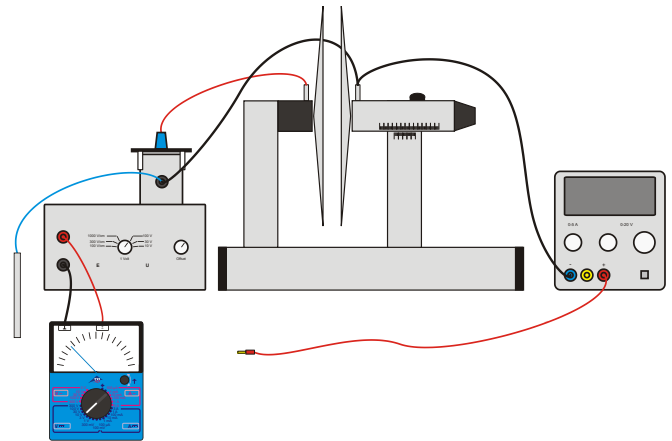


Abb. 2: Montagem experimental

- Montar o experimento conforme mostrado na Fig. 1 ou na Fig. 2.
- Colocar a placa de medição de tensão, com a faixa de medição 1x, sobre o cilindro de blindagem do medidor de campo elétrico, de modo que a distância até a placa de blindagem seja a menor possível. Fixar a placa de medição de tensão com o parafuso recartilhado.
- Conectar a placa fixa do capacitor à placa de medição de tensão.
- Conectar a placa móvel do capacitor ao conector fêmea de aterramento no cilindro de blindagem do medidor de campo elétrico e ao polo negativo da fonte de alimentação.

- Conectar a haste de aterramento ao conector fêmea de aterramento no cilindro de blindagem do medidor de campo elétrico.
- Conectar uma extremidade de um cabo para experimentos ao polo positivo da fonte de alimentação. Colocar a outra extremidade livre do cabo sobre a mesa e não conectá-la.
- Conectar o multímetro à saída de tensão do medidor de campo elétrico para medir a tensão.
- Ajustar o seletor de faixa de medição do medidor de campo elétrico para 100 V, ligar o medidor de campo elétrico e aguardar aprox. 3 minutos até que ele se estabilize.

PROCEDIMENTO

- Ajustar, com o auxílio do parafuso de ajuste fino do capacitor de placas paralelas, a distância entre placas para $d = 2 \text{ mm} = d_0$.
- Ligar a fonte de alimentação e ajustar a tensão para $U(d_0) = 10 \text{ V} = U_0$.
- Para descarregar o capacitor de placas paralelas, tocar a placa fixa do capacitor com a haste de aterramento, colocando assim as placas em curto-circuito. Ao mesmo tempo, ajustar o ponto zero no medidor de campo elétrico com o auxílio do regulador de offset.
- Retirar a haste de aterramento da placa fixa do capacitor e segurá-la na mão para a equipotencialização.
- Não soltar a haste de aterramento da mão durante toda a medição.
- Para carregar o capacitor de placas paralelas, tocar a placa fixa do capacitor com a extremidade livre do cabo conectado ao polo positivo da fonte de alimentação.
- Quando o capacitor de placas paralelas estiver carregado, retirar novamente o cabo da placa fixa do capacitor, de modo que o capacitor de placas paralelas fique desconectado do polo positivo.
- No multímetro, ler a tensão U_{meas} para a distância entre placas ajustada $d = 2 \text{ mm} = d_0$ e registrar o valor na Tab. 1.
- Aumentar a distância entre placas em incrementos de 2 mm, em ritmo adequado, até $d = 18 \text{ mm}$; a cada etapa, ler a tensão U_{meas} correspondente à distância entre placas ajustada e registrar o valor na Tab. 1.

EXEMPLO DE MEDIÇÃO

Tab. 1: Tensões medidas U_{meas} e tensões corrigidas U_{corr} em função da distância entre placas d

d / mm	$U_{\text{meas}} / \text{V}$	$U_{\text{corr}} / \text{V}$
2	10,0	10,0
4	16,2	19,8
6	20,7	29,8
8	24,2	40,2
10	26,9	50,6
12	28,9	60,7
14	30,1	69,9
16	31,5	80,1
18	32,0	88,4

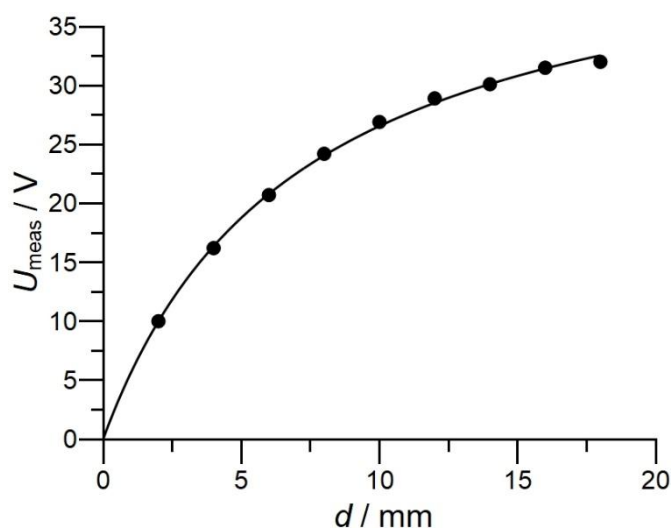


Fig. 3: Tensão medida U_{meas} em função da distância entre placas d e curva ajustada de acordo com a equação (9) para determinar a capacitância C_M

ANÁLISE DOS RESULTADOS

- Representar graficamente as tensões medidas U_{meas} da Tab. 1 em função das distâncias ajustadas entre placas d (Fig. 3).

Os pontos de medição não reproduzem o comportamento linear esperado de acordo com a equação (4). Para eliminar a influência da montagem de medição de acordo com a equação (11), é necessário determinar sua capacitância C_M .

- Ajustar a equação (9) aos pontos de medição $U_{\text{meas}}(d)$ para determinar a capacitância desconhecida C_M .

Parâmetros:

$d_0 = 2 \text{ mm}$

$U(d_0) = 10 \text{ V}$

$A = 0,05 \text{ m}^2$: Área da placa

$C(d_0) = 2,21 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ (a partir da equação (6))

$C(d) = 4,43 \cdot 10^{-13} \text{ F} / d$ (a partir da equação (3))

O ajuste resulta em $C_M = 62,5 \pm 0,6 \text{ pF}$.

- Com o auxílio das equações (3), (6) e (11) e do valor de C_M determinado a partir do ajuste, calcular as tensões corrigidas U_{corr} a partir das tensões medidas U_{meas} (Tab. 1) e registrar os valores na Tab. 1.
- Representar graficamente os valores das tensões corrigidas U_{corr} da Tab. 1 em função das distâncias entre placas d ajustadas e ajustar uma reta que passe pela origem (Fig. 4).

A relação linear $U \propto d$, que caracteriza o capacitor ideal de placas paralelas, torna-se visível.

Observações:

A representação corrigida dessa forma quanto à influência sistemática da montagem de medição ilustra a relação linear $U \propto d$, mas não a comprova de forma independente. O campo elétrico conhecido $E = U_0 / d_0 = 5 \text{ V/mm}$ é reproduzido pela inclinação da reta. Para uma comprovação independente, a capacitância C_M deve ser medida separadamente.

Os efeitos de borda decorrentes da crescente não homogeneidade do campo elétrico não são significativos, na faixa de distâncias considerada, em comparação com a influência dominante da capacitância da montagem de medição, pois o diâmetro das placas (aprox. 25 cm) é grande em relação às distâncias entre placas ajustadas (2 – 18 mm).

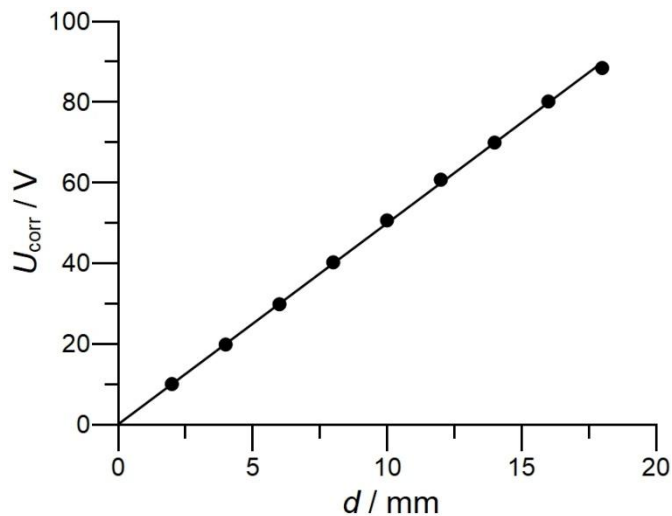


Fig. 4: Tensão corrigida U_{corr} em função da distância entre placas d