

## Velocidade do som no ar

### GERAÇÃO E MEDIÇÃO DE ONDAS SONORAS ESTÁTICAS EM TUBO DE KUNDT.

- Geração de ondas sonoras estáticas em tubo de Kundt com ambas extremidades fechadas.
- Medição da frequência fundamental em dependência do comprimento do tubo de Kundt.
- Medição das frequências de oscilações fundamentais e superiores com comprimento fixo.
- Determinação da velocidade de onda a partir das frequências de ressonância

UE1070320

06/16 UD

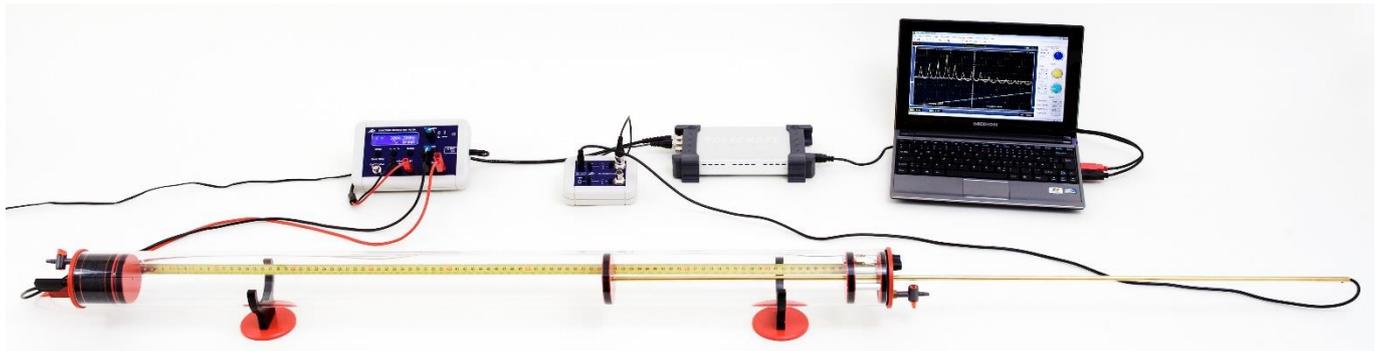


Fig. 1: Ordem da medição.

## FUNDAMENTOS GERAIS

**Em um tubo de Kundt, podem ser geradas ondas estáticas, gerando-se ondas sonoras com frequência sonora adequada com auxílio de um alto-falante em uma extremidade do tubo que são refletidas na outra extremidade em uma parede. Com comprimento conhecido do tubo, pode-se determinar a velocidade da onda a partir da frequência de ressonância e do número das harmônicas.**

Ondas sonoras espalham-se no ar e em outros gases como rápidas alterações de pressão e densidade. Elas são descritas mais simplesmente com auxílio da pressão sonora, que é sobreposta à pressão atmosférica. Alternativamente à pressão sonora  $p$  também pode ser utilizada, para a descrição da onda sonora, a velocidade do som  $v$ , ou seja, a velocidade média das partículas no local  $x$  no meio oscilante no momento  $t$ . Pressão sonora e velocidade do som são conectadas, por exemplo, pela equação de movimento de Euler

$$(1) \quad -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

$\rho_0$ : densidade do gás

No tubo de Kundt, as ondas sonoras se espalham ao longo do tubo. Elas podem, assim ser descritas com auxílio de uma equação de onda unidimensional, que vale tanto para a pressão sonora quanto para a velocidade sonora:

$$(2) \quad \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{or}$$

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

$c$ : speed of sound

Na experiência, são observadas ondas harmônicas refletidas na extremidade do tubo de Kundt.

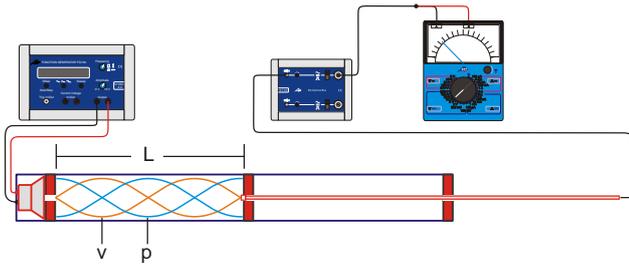


Fig. 2: Representação esquemática da montagem da experiência

Como soluções da equação de ondas, devem ser, assim, observadas as sobreposições de ondas de partida e de regresso:

$$(3) \quad p = p_{0>} \cdot e^{2\pi i \left( f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right)} + p_{0<} \cdot e^{2\pi i \left( f \cdot t + \frac{x}{\lambda} \right)}$$

$$v = v_{0>} \cdot e^{2\pi i \left( f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right)} + v_{0<} \cdot e^{2\pi i \left( f \cdot t + \frac{x}{\lambda} \right)}$$

$p_{0>}, v_{0>}$ : amplitudes da onda de partida,  
 $p_{0<}, v_{0<}$ : amplitudes da onda de regresso  
 $f$ : frequência,  $\lambda$ : comprimento de onda

Sendo

$$(4) \quad f \cdot \lambda = c$$

Colocando-se estas soluções na equação (1), obtém-se, com observação separada de ondas de partida e de regresso, a relação

$$(5) \quad p_{0>} = v_{0>} \cdot Z \text{ bzw. } p_{0<} = v_{0<} \cdot Z.$$

A grandeza

$$(6) \quad Z = c \cdot \rho_0$$

é chamada de impedância acústica característica e corresponde à resistência das ondas do meio. Ela tem papel importante na observação das reflexões de uma onda sonora em uma parede com impedância de parede  $W$ .

Vale

$$(7) \quad r_v = \frac{v_{0<}}{v_{0>}} = \frac{Z - W}{Z + W} \text{ and } r_p = \frac{p_{0<}}{p_{0>}} = \frac{\frac{1}{Z} - \frac{1}{W}}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{W}}$$

Na experiência,  $W$  é substancialmente maior que  $Z$ , portanto,  $r_v = 1$  e  $r_p = -1$ .

Se imaginarmos, para simplificar, a parede como  $x = 0$ , então, a partir de (3) resulta, para a parte espacial da onda sonora:

$$(8) \quad p = p_{0>} \cdot \left( e^{-2\pi i \cdot \frac{x}{\lambda}} + e^{+2\pi i \cdot \frac{x}{\lambda}} \right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$$

$$= 2 \cdot p_{0>} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$$

e

$$v = v_{0>} \cdot \left( e^{-2\pi i \cdot \frac{x}{\lambda}} - e^{+2\pi i \cdot \frac{x}{\lambda}} \right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$$

$$= -2 \cdot i \cdot v_{0>} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$$

Somente as partes reais destes termos têm realidade física. Elas correspondem a ondas sonoras estáticas, cuja pressão sonora apresenta um ventre de oscilação na parede (ou seja, em  $x = 0$ ), enquanto a velocidade sonora tem ali um nó de oscilação. Além disso a velocidade ultrapassa a pressão por um deslocamento de fase de  $90^\circ$ .

Na distância  $L$  em relação à parede, as ondas sonoras são geradas com auxílio de um alto-falante, que oscila com a frequência  $f$ . Ali, também se forma um ventre de oscilação da pressão e um nó de oscilação da velocidade sonora. Estas condições acessórias somente podem ser satisfeitas se  $L$  for um múltiplo inteiro da metade do comprimento da onda:

$$(9) \quad L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

Por conta de (3), as frequências devem então satisfazer a condição de ressonância

$$(10) \quad f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L}.$$

### LISTA DE APARELHOS

1	Tubo de Kundt E	1017339 (U8498308)
1	Sonda de microfone, longa	1017342 (U8498282)
1	Caixa de microfone @230V	1014520 (U8498283-230)
ou		
1	Caixa de microfone @115V	1014521 (U8498283-115)
1	Gerador de funções FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
ou		
1	Gerador de funções FG 100 @115V	1009956 (U8533600-115)
1	Osciloscópio USB 2x50 MHz	1017264 (U112491)
1	Multímetro analógico Escola 100	1013527 (U8557380)
2	Cabos de af, BNC / conector de 4 mm	1002748 (U11257)
1	Par de cabos de experiência de segurança, 75 cm	1002849 (U13812)
1	Cabo de af	1002746 (U11255)

### MONTAGEM E REALIZAÇÃO

- Colocar o tubo acústico sobre os pedestais (fig. 1).
- Sucessivamente, inserir inicialmente a placa capilar e depois a tampa de fechamento com os conectores para os alto-falantes alinhados no tubo sonoro.
- Inserir a sonda de microfone longa pelos furos até o final na tampa de fechamento com os conectores para a haste de aquecimento e o disco de condução.
- Parafusar o disco da sonda na sonda de microfone longa.
- Colocar a tampa de fechamento com os conectores para a haste de aquecimento com a sonda de microfone longa e disco de sonda parafusado no tubo sonoro.

**Observação:**

Se necessário, passar um pouco de glicerina ou sabão nos anéis de vedação para facilitar a colocação.

- Prender a escala variável no suporte dos pés de apoio e deslocar de forma que a marcação do zero coincida com a borda frontal da placa capilar.
- Conectar os conectores de saída do gerador de funções no par de conectores para alimentação do alto-falante.
- Conectar a sonda de microfone longa na entrada Canal A da caixa de microfone.
- Conectar a saída do canal A da caixa de microfone por meio do cabo adaptador BNC / 4 mm no multímetro analógico.
- Conectar a fonte à caixa de microfone e à rede.

Na experiência, a frequência  $f$  do alto-falante é variada continuamente, enquanto a sonda de microfone mede a pressão sonora na parede de reflexão. A ressonância é obtida quando o sinal do microfone apresentar amplitude máxima.

**Frequência básica em dependência do comprimento**

- Por meio da remoção ou inserção da sonda de microfone, ajustar o comprimento  $L = 80$  cm entre a placa capilar e da sonda.
- Adaptar a amplitude no geração e a faixa de medição do multímetro uma à outra e, se for o caso, adaptar durante a medição. Observar ajuste máximo do alto-falante ( $U_{\text{eff}} = 6$  V max.).
- Ajustar a frequência para 150 Hz e aumentar lentamente. Encontrar a frequência em que o multímetro indica o *primeiro valor máximo* e anotar o valor da frequência na Tab .1.

A frequência encontrada corresponde à frequência  $f_1$  da oscilação básica para  $L = 80$  cm.

- Ajustar o comprimento  $L$  entre a placa capilar e da sonda em intervalos de 10 cm até  $L = 10$  cm e repetir respectivamente a medição. Como frequência inicial, usar respectivamente a frequência de ressonância  $f_1$  encontrada na medição anterior.

**Frequências da oscilação básica e superior com comprimento fixo**

- Por meio da remoção ou inserção da sonda de microfone, ajustar o comprimento fixo  $L = 60$  cm entre a placa capilar e da sonda.
- Adaptar a amplitude no geração e a faixa de medição do multímetro uma à outra e, se for o caso, adaptar durante a medição. Observar ajuste máximo do alto-falante ( $U_{\text{eff}} = 6$  V max.).
- Aumentar lentamente a frequência de 250 Hz até 3500 Hz. Anotar na Tab. 2 as frequências em que o multímetro indica valores máximos.

**Varredura de frequência**

- Por meio da remoção ou inserção da sonda de microfone, ajustar o comprimento fixo  $L = 60$  cm entre a placa capilar e da sonda.
- Conectar a saída do canal A da caixa microfone por meio do cabo AF ao canal CH1 do osciloscópio USB.
- Conectar o par de conectores "Entrada tensão de comando / saída rampa" do gerador de funções diretamente ao canal CH2 do osciloscópio USB.
- Pressionar a tecla "Sweep" no gerador de funções e ajustar os parâmetros

Freq. start	100 Hz
stop	6000 Hz
int. continuous mode	
Time	4,00 sec

- No osciloscópio USB, ajustar a marca para a posição horizontal do Trigger totalmente para a esquerda, a marca da posição y do CH 1 meia caixa para baixo a partir do meio e a marca da posição y do CH 2 totalmente para baixo e ajustar os parâmetros a seguir:

Time/DIV	400 ms
CH1	1,00 V DC
CH2	2,00 V DC
Trigger Mode	Edge
Sweep	Auto
Source	CH2
Slope	–
Level	850 mV

- Iniciar o Sweep no gerador de funções e aguardar até que o espectro completo da frequência seja mostrado no osciloscópio USB.
- Parar a medição clicando no botão "Stop" no osciloscópio USB e fazer uma imagem da tela.

### EXEMPLO DE MEDIÇÃO E AVALIAÇÃO

Tab. 1: Frequências de ressonância da oscilação básica descobertas ( $n = 1$ ) e comprimentos de onda calculados conforme equação (9) com diferentes comprimentos  $L$ .

$L / \text{m}$	$f_1 / \text{Hz}$	$\lambda_1 = 2 \cdot L$
0,8	218	1,60 m
0,7	250	1,40 m
0,6	292	1,20 m
0,5	350	1,00 m
0,4	436	0,80 m
0,3	583	0,60 m
0,2	884	0,40 m
0,1	1768	0,20 m

Tab. 2: Frequências de ressonância da oscilação básica e superior descobertas e comprimentos de onda calculados conforme equação (9) com comprimento fixo  $L = 0,6 \text{ m}$ .

$n$	$f_n / \text{Hz}$	$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$
1	289	1,20 m
2	582	0,60 m
3	876	0,40 m
4	1164	0,30 m
5	1453	0,24 m
6	1746	0,20 m
7	2039	0,17 m
8	2331	0,15 m
9	2623	0,13 m
10	3206	0,12 m
11	3494	0,10 m

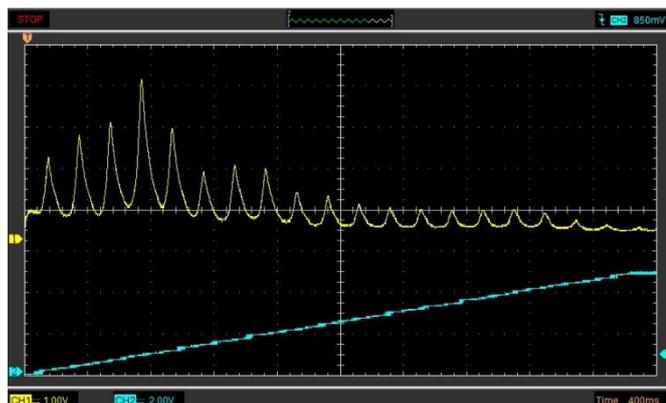


Fig. 3: Oscilograma da varredura de frequência,  $L = 0,6 \text{ m}$ .

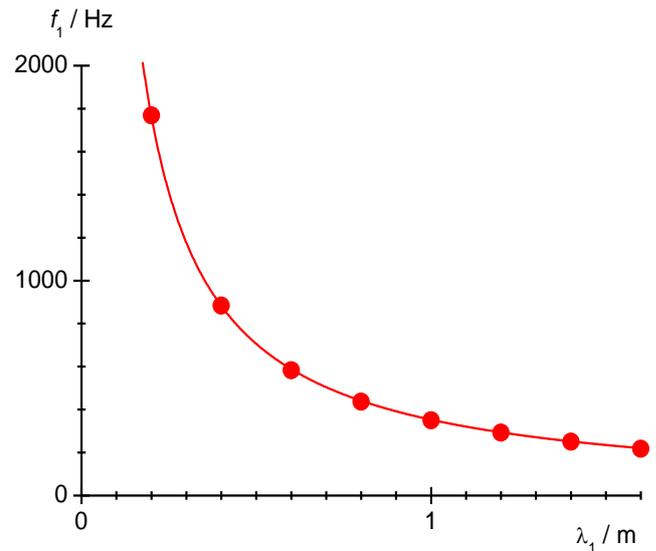


Fig. 4: Diagrama frequência-comprimento de onda para as oscilações básicas ( $n = 1$ ) com diferentes comprimentos  $L$ .

#### Frequência básica em dependência do comprimento

Conforme a equação (9), pertencem às frequências de ressonância  $f_1$  das oscilações básicas a serem descobertas os comprimentos de onda

$$(11) \lambda_1 = 2 \cdot L$$

- Calcular os comprimentos de onda conforme equação (11) e anotar na Tab. 1.
- Representar as frequências de ressonância descobertas e os comprimentos de onda calculados (Tab. 2) em diagrama  $f-\lambda$ - (Fig. 4).
- Adaptar uma função de hipérbole aos pontos de medição:

$$(12) f_1 = a \cdot \frac{1}{\lambda_1}$$

A adaptação confirma a equação (4). A velocidade do som no ar é igual à inclinação  $a$ :

$$(13) c = a = 353 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

O valor difere aprox. 2% do valor de literatura  $c = 346 \text{ m/s}$  a  $T = 25^\circ\text{C}$ .

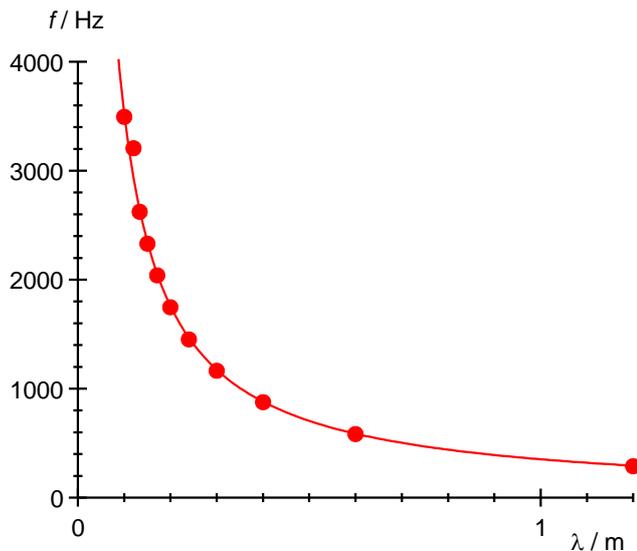


Fig. 5: Diagrama frequência-comprimento de onda para as oscilações básica e superior para  $L = 0,6$  m.

### Frequências da oscilação básica e superior com comprimento fixo

Conforme a equação (9), as frequências de ressonância determinadas  $f_n$  devem ter os comprimentos de onda

$$(14) \lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}.$$

- Calcular os comprimentos de onda conforme equação (14) e anotar na Tab. 2.
- Representar as frequências de ressonância descobertas e os comprimentos de onda calculados (Tab. 2) em diagrama  $f$ - $\lambda$ - (Fig. 5).
- Adaptar uma função de hipérbole aos pontos de medição:

$$(15) f = a \cdot \frac{1}{\lambda}.$$

A adaptação confirma a equação (4). A velocidade do som no ar é igual à inclinação  $a$ :

$$(16) c = a = 356 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

O valor difere aprox. 3% do valor de literatura  $c = 346$  m/s a  $T = 25^\circ\text{C}$ .

### Varredura de frequência

Os tempos  $t_n$ , em que há os máximos da varredura de frequência, podem ser determinados com auxílio dos cursores do osciloscópio USB. Estes tempos não correspondem às durações de períodos  $T_n$ , pertencentes às frequências de ressonância  $f_n$ . As frequências de ressonância precisam ser calculadas a partir dos parâmetros da varredura de frequência conforme segue:

$$(17) f_n = f_{\text{start}} + \frac{t_n}{T_{\text{sweep}}} \cdot (f_{\text{stop}} - f_{\text{start}}) = 100 \text{ Hz} + \frac{t_n}{4 \text{ s}} \cdot 5900 \text{ Hz}.$$

A partir daí, a velocidade do som pode ser novamente determinada conforme descrito acima.

