Mécanique

Oscillations et ondes

PHYSICS EXPERIMENT

Ondes mécaniques

ÉTUDIER DES ONDES STATIONNAIRES SUR UN RESSORT HÉLICOÏDAL TENDU ET UNE CORDE TENDUE.

- Générer des ondes stationnaires longitudinales sur un ressort hélicoïdal et des ondes stationnaires transversales sur une corde.
- Mesurer les fréquences propres f_n en fonction du nombre n de nœuds.
- Déterminer les longueurs d'onde correspondantes λ_n et la vitesse d'onde c.

UE1050700

03/16 UD

Fig. 1: Agencement de mesure pour l'étude d'ondes stationnaires sur une corde tendue (à gauche) et un ressort hélicoïdal tendu (droite).

NOTIONS DE BASE GENERALES

Des ondes mécaniques apparaissent par exemple sur un ressort hélicoïdal tendu ou sur une corde tendue. Dans le cas du ressort, on parle d'ondes longitudinales, car la déviation est parallèle au sens de propagation. Dans le cas de la corde en revanche, il s'agit d'ondes transversales. Dans les deux cas, il se forme des ondes stationnaires si le support est fixé à l'une de ses extrémités, car l'onde incidente et l'onde réfléchie à l'extrémité fixe de même amplitude et de même longueur d'onde se superposent. Si l'autre extrémité est également fixée, les ondes ne peuvent se propager que si des conditions de résonance sont remplies.

Soit $\xi(x,t)$ la déviation longitudinale / transversale à l'emplacement x le long du support au moment t. Dans ce cas,

(1) $$\xi_1(x,t) = \xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

est une onde sinusoïdale se déplaçant vers la droite sur le support.

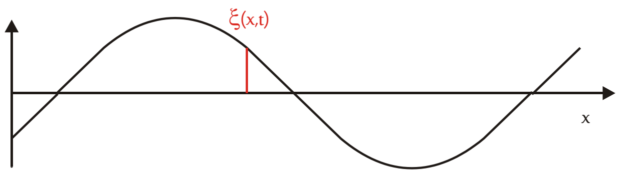

Fig. 2: Représentation pour définir la déviation locale $\xi(x,t)$

La fréquence f et la longueur d'onde λ sont corrélées par l'équation:

(2) $c = f \cdot \lambda$
c: vitesse d'onde

Lorsque cette onde venant de la gauche à x = 0 est réfléchie à une extrémité fixe, il se forme une onde se déplaçant à gauche.

(3) $\xi_2(x,t) = -\xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$

Les deux ondes se superposent en ondes stationnaires

(4) $\xi(x,t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$

Ces superpositions s'appliquent indépendamment du type d'onde et du support.

Si la seconde extrémité est également fixée et qu'elle se trouve à $x = L$, il faut qu'à tous les moments t la condition de résonance

(5) $\xi(L,t) = 0 = \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L)$

soit remplie. Il en résulte pour la longueur d'onde

(6a) $\frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n+1) \cdot \pi$ bzw. $\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$

ou $L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$

et selon l'équation (2) pour la fréquence

(6b) $f_n = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot L}$

En d'autres termes, la condition de résonance (5) exige que la longueur L représente très précisément un multiple entier de la demi-longueur d'onde. La fréquence de résonance doit convenir à cette longueur d'onde, n représentant le nombre de nœuds d'oscillations. Elle est nulle s'il ne se forme qu'un anti-nœud sur la composante fondamentale (voir Fig. 3).

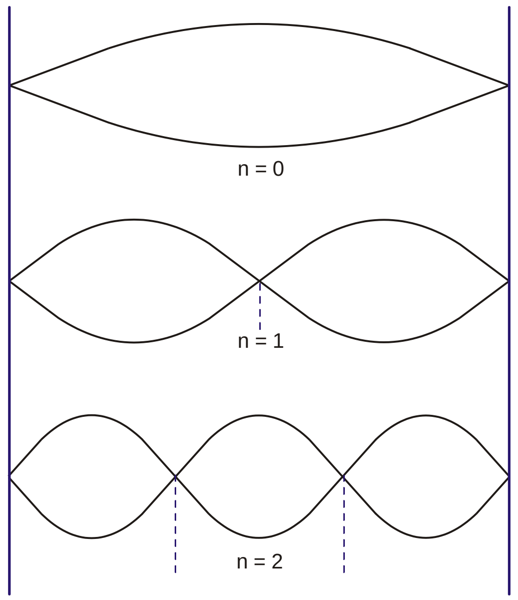

Fig. 3: Ondes stationnaires

Dans l'expérience, le support – une corde ou un ressort – est fixé à une extrémité. L'autre extrémité est reliée dans un écart L à un générateur de vibrations qu'un générateur de fonctions amène à émettre des oscillations de faible amplitude et de fréquence réglable f. Cette extrémité peut également être considérée comme une extrémité à peu près fixe.

LISTE DES APPAREILS

1 Accessoires p. oscillations de ressort	1000703 (U56003)
1 Accessoires pour ondes de corde	1008540 (U85560081)
1 Générateur de vibrations	1000701 (U56001)
1 Générateur de fonction FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
ou	
1 Générateur de fonction FG 100 @115V	1009956 (U8533600-115)
1 Dynamomètre de précision, 2 N	1003105 (U20033)
1 Décamètre à ruban de poche, 2 m	1002603 (U10073)
1 Paire de cordons de sécurité, 75cm, rouge/bleu	1017718 (U13816)

MONTAGE

Ondes de ressort hélicoïdal

- Fixer la barre de trépied coudée dans le support au dos du générateur de vibrations.
- Accrocher une extrémité du ressort hélicoïdal dans la barre de trépied coudée et fixer la broche à l'autre extrémité à l'aide de la vis moletée.
- À l'aide de la broche, fixer le ressort hélicoïdal au générateur de vibrations pour le tendre.
- Régler la longueur (effective) L du ressort hélicoïdal (Fig. 4a) à ≈ 30 cm. Le cas échéant, adapter la position de la barre de trépied coudée.
- Brancher le générateur de fonctions au générateur de vibrations.

Ondes de corde

- Avant la mise en service, retirer la sécurisation au transport (vis avec écrou) de la plaque de base.
- Visser la barre de trépied courte sur la plaque de base. Visser la barre de trépied longue dans la barre de trépied courte.
- Glisser le dispositif de renvoi et le support pour le dynamomètre sur la barre de trépied et les fixer à la barre.
- Fixer la barre de trépied avec la broche dans le support au dos du générateur de vibrations.
- Accrocher le dynamomètre au support. Le cas échéant, effectuer au préalable le calibrage du point zéro.
- Accrocher la corde en caoutchouc au dynamomètre et la faire passer sous le dispositif de renvoi vers le générateur de vibrations. Veiller à ce qu'elle soit si possible parallèle au plan de travail.
- Faire passer la corde à travers la broche sur l'excitateur de vibrations du générateur de vibrations et la barre de trépied avec la broche. Dans un premier temps, fixer la corde avec la vis moletée uniquement à la barre de trépied avec la broche. Cet agencement sert à décharger la traction transversale pour la membrane du haut-parleur (Fig. 5).

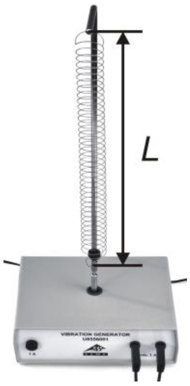

Fig. 4a: Illustration de la longueur (effective) *L* du ressort hélicoïdal tendu.

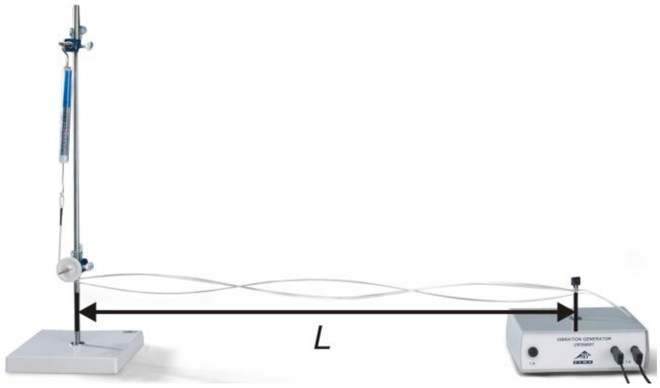

Fig. 4b: Illustration de la longueur (effective) *L* de la corde tendue.

- Choisir l'écart entre le pied avec le dispositif de renvoi et le générateur de vibrations de manière à ce que la longueur (effective) *L* de la corde (Fig. 4b) s'élève à ≈ 90 cm. Tendre la corde à l'aide du dynamomètre ($F \approx 0{,}6$ N) et, avec la vis moletée, la serrer légèrement à la broche de l'excitateur de vibrations.
- Brancher le générateur de fonctions au générateur de vibrations.

RÉALISATION

- Mesurer et noter les longueurs effectives *L* du ressort hélicoïdal et de la corde tendue (Fig. 4a, b).
- Sur le générateur de fonctions, sélectionner la forme d'onde « Sinus ». Régler le régulateur d'amplitude à 5 V (position 12 h).
- Augmenter lentement la fréquence tant pour le ressort hélicoïdal que pour la corde en pas de 0,1 Hz en commençant par 1 Hz. Former les fréquences de résonance où il ne se forme aucun nœud (anti-nœud), où il se forme un nœud ainsi que deux, trois, quatre et cinq nœuds, et les noter dans les Tab. 1 et 2.
- Augmenter successivement la force de serrage de la corde à 1,0 N et 1,4 N. Pour cela, remonter le dynamomètre sur la barre de trépied. Répéter à chaque fois la mesure et noter les fréquences de résonance dans le Tab. 2.
- Pour déterminer directement la masse surfacique de la corde, mesurer la longueur totale L_0 et la masse *m* de la corde.

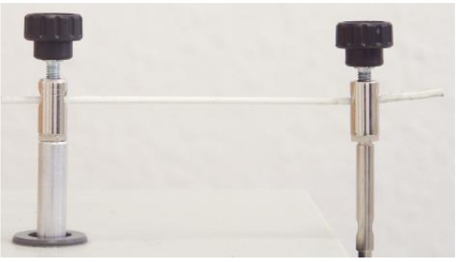

Fig. 5: Illustration de la décharge de traction transversale de la corde tendue.

EXEMPLE DE MESURE

Longueur de ressort hélicoïdal tendu *L*: 0,31 m

Longueur de corde tendue *L*: 0,90 m

Tab. 1: Resonant frequency as a function of the number of nodes for waves along a coil spring

n	f_n / Hz
0	7,7
1	15,4
2	23,0
3	30,6
4	38,6
5	45,7

Tab. 2: Fréquence de résonance en fonction du nombre de nœuds pour les ondes de corde à différentes forces de serrage.

n	f_n / Hz		
	F= 0,6 N	F= 1,0 N	F= 1,4 N
0	7,9	9,8	12,1
1	15,7	19,6	24,0
2	23,4	29,4	35,7
3	30,9	39,2	47,3
4	39,4	49,5	59,2
5	47,5	58,7	71,7

Longueur totale de corde L_0 : 1,05 m

Masse de corde *m* : 3,3 g

ÉVALUATION

Détermination de la vitesse d'onde *c*

Si l'on applique la fréquence de résonance par rapport au nombre de nœuds, les points de mesure, selon l'équation (6b), se situent sur une droite de la pente

$$(7)\quad \alpha = \frac{c}{2 \cdot L} \Leftrightarrow c = 2 \cdot L \cdot \alpha\,.$$

La longueur L, étant connue, on peut alors calculer la vitesse d'onde c.

- Représenter graphiquement les fréquences de résonance f_n pour les ondes du ressort hélicoïdal (Tab. 1) et les ondes de corde (Tab. 2) par rapport au nombre de nœuds n et adapter à chaque fois des droites (Fig. 6, Fig. 7).
- À partir des pentes de droites α, déterminer les vitesses d'ondes c et les noter dans les Tab. 3 (ondes de ressort hélicoïdal) et 4 (ondes de corde).

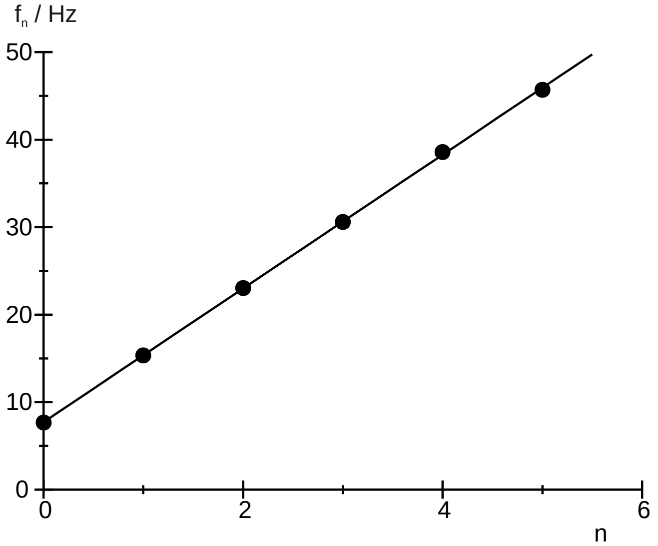

Fig. 6: Fréquence de résonance en fonction du nombre de nœuds pour les ondes du ressort hélicoïdal

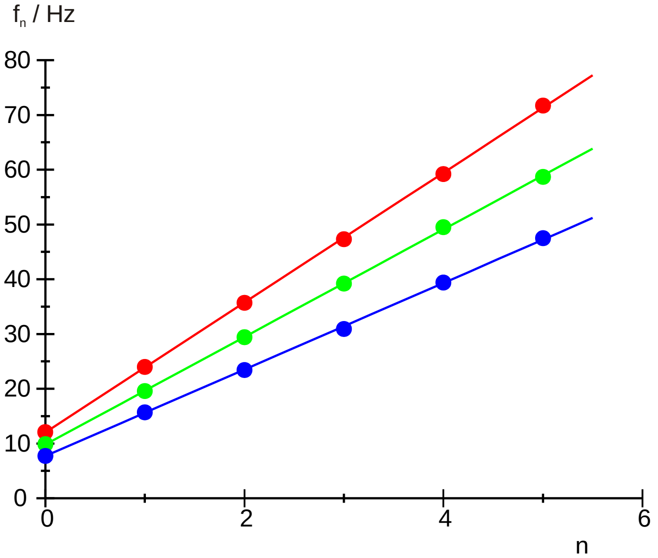

Fig. 7: Fréquence de résonance en fonction du nombre de nœuds pour les ondes de corde avec les forces de serrage F = 0,6 N (bleu), F = 1,0 N (vert) et F = 1,4 N (rouge).

Tab. 3: Pente de la droite adaptée et vitesse d'onde qui en résulte pour les ondes du ressort hélicoïdal, longueur du ressort hélicoïdal (tendu) L = 0,31 m.

α / Hz	c / m/s
7,6	4,7

Tab. 4: Pente des droites adaptées, vitesses d'ondes qui en résultent et carrés de celles-ci pour les ondes de corde avec différentes forces de serrage, longueur de la corde (tendue) L = 0,90 m.

F / N	α / Hz	c / m/s	c^2 / m²/s²
0,6	7,9	14,2	202
1,0	9,8	17,6	310
1,4	11,9	21,4	458

Détermination des longueurs d'ondes λ_n correspondant aux fréquences de résonance f_n

- Calculer les longueurs d'onde λ_n une fois à partir des longueurs L et du nombre de nœuds n et une autre fois à partir des fréquences de résonance f_n et des vitesses d'ondes c pour les ondes du ressort hélicoïdal (Tab. 1, Tab. 3) et les ondes de corde (Tab. 2, Tab. 4) selon les équations (6a) et (2) et les noter dans les Tab. 5 et 6.

Tab. 5: Longueur d'onde en fonction du nombre de nœuds pour les ondes du ressort hélicoïdal, longueur du ressort hélicoïdal (tendu) L = 0,31 m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$
0	0,62 m	0,62 m
1	0,31 m	0,31 m
2	0,21 m	0,21 m
3	0,16 m	0,16 m
4	0,12 m	0,12 m
5	0,10 m	0,10 m

Tab. 6: Longueur d'onde en fonction du nombre de nœuds pour les ondes de la corde, longueur de la corde (tendue) L = 0,90 m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$		
		F= 0,6 N	F= 1,0 N	F= 1,4 N
0	1,80 m	1,80 m	1,80 m	1,77 m
1	0,90 m	0,90 m	0,90 m	0,89 m
2	0,60 m	0,61 m	0,60 m	0,60 m
3	0,45 m	0,46 m	0,45 m	0,45 m
4	0,36 m	0,36 m	0,36 m	0,36 m
5	0,30 m	0.30 m	0,30 m	0.30 m

Comme on pouvait s'y attendre, les longueurs d'onde correspondent très bien.

Détermination de la masse surfacique μ de la corde

À paramètres équivalents, la vitesse d'onde dépend de la force de serrage F, comme le montrent la Fig. 7 et le Tab. 4 pour les ondes de la corde. Dans ce cas :

$$(8) \quad c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\mu} \cdot F .$$

F : Force de serrage
μ : masse surfacique

- Calculer les carrés des vitesses d'ondes c^2, les noter dans le Tab. 4, les représenter graphiquement par rapport à la force de serrage F et adapter une droite (Fig. 8).
- À partir de la pente de la droite, utiliser l'équation (8) pour déterminer la masse surfacique μ de la corde en formant une valeur inverse.

$$(9) \quad \mu = \frac{1}{323 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{kg}}} = 0{,}0031 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} = 3{,}10 \, \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}} .$$

- Déterminer la masse surfacique directement à partir de la longueur mesurée et de la masse d'un segment de corde.

$$(10) \quad \mu = \frac{m}{L_0} = \frac{3{,}3 \mathrm{~g}}{1{,}05 \mathrm{~m}} = 3{,}14 \, \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}} .$$

Les valeurs pour les masses surfaciques correspondent à ≈ 1 % près.

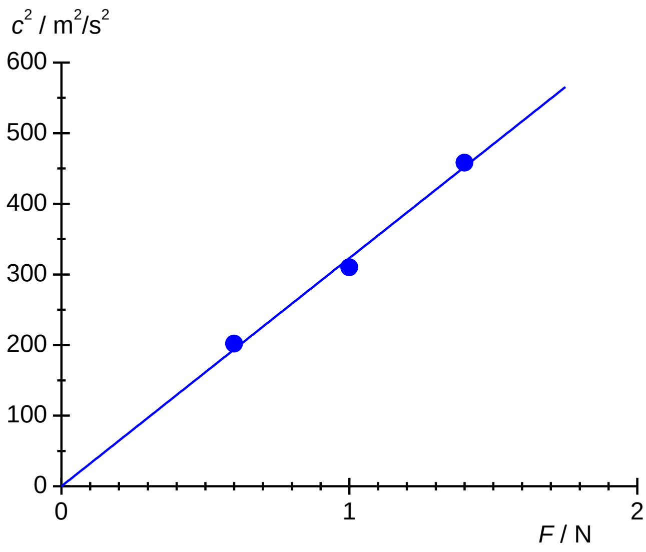

Fig. 8: Carré de la vitesse d'onde c^2 des ondes de corde en fonction de F.