

Ondas mecánicas

ESTUDIO DE ONDAS ESTACIONARIAS EN UN MUELLE HELICOIDAL TENSO Y EN UNA CUERDA TENSA.

- Generación de ondas longitudinales estacionarias en un muelle helicoidal y de ondas estacionarias transversales en una cuerda.
- Medición de las frecuencias propias f_n en dependencia con el número de nodos n .
- Determinación de las longitudes de onda λ_n correspondientes y de la velocidad de la onda c .

UE1050700

03/16 UD



Fig. 1: Disposición de medición para el estudio de las ondas estacionarias en una cuerda tensa (izquierda) y en un muelle helicoidal tenso (derecha).

FUNDAMENTOS GENERALES

Ondas mecánicas aparecen, por ejemplo, en un muelle helicoidal tenso o en una cuerda tensa. En el caso del muelle helicoidal se habla de ondas longitudinales porque la elongación tiene lugar paralela a la dirección de propagación, por el contrario en las ondas en cuerdas se trata de ondas transversales. En ambos casos se generan ondas estacionarias cuando un extremo se encuentra sujeto, porque la onda incidente y la onda reflejada se superponen con la misma amplitud y la misma longitud de onda. Si el otro extremo también se encuentra fijo se pueden propagar ondas cuando se cumplen condiciones de resonancia.

Sea $\xi(x,t)$ la desviación longitudinal resp. transversal en el punto x a lo largo del medio portador en el tiempo t , entonces

$$(1) \quad \xi_1(x,t) = \xi_0 \cdot \cos\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

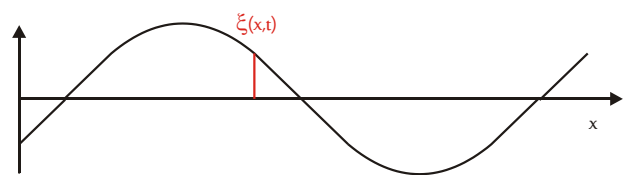


Fig. 2: Representación para la definición de la desviación $\xi(x,t)$

es una onda senoidal que se mueve hacia la derecha. La frecuencia f y la longitud de onda λ se encuentran entrelazadas por la relación

$$(2) \quad c = f \cdot \lambda$$

c : Velocidad de la onda

Si esta onda, viniendo de la izquierda, es reflejada en el punto $x = 0$ en un extremo fijo, se refleja, así tiene lugar una onda que se propaga hacia la izquierda

$$(3) \quad \xi_2(x, t) = -\xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Las dos ondas se superponen formando una onda estacionaria

$$(4) \quad \xi(x, t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Estas consideraciones son totalmente independientes de la clase de onda y del medio portador.

Si el otro extremo también está fijo y se encuentra en el punto $x = L$, para todos los tiempos t tiene que cumplirse la condición de resonancia

$$(5) \quad \xi(L, t) = 0 = \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L)$$

De allí, se obtiene para la longitud de onda

$$(6a) \quad \frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n+1) \cdot \pi \text{ bzw. } \lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$$

$$\text{o } L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

y de acuerdo con la Ec. (2), para la frecuencia

$$(6b) \quad f_n = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot L}$$

Es decir, que la condición de resonancia (5) requiere que la longitud L sea un múltiplo entero de media longitud de onda. La frecuencia de resonancia debe ser justa para la longitud de onda. n es este caso el número de nodos de oscilación. Es cero cuando se trata de la oscilación fundamental y se forma un vientre de oscilación (véase la Fig. 3).

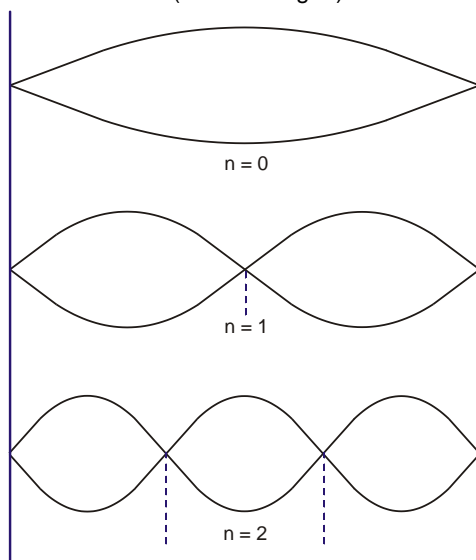


Fig. 3: Ondas estacionarias

En el experimento, el muelle helicoidal resp. la cuerda se encuentra fija en un extremo. A una distancia L de este punto, el otro extremo está acoplado a un generador de vibraciones,

el cual se acciona en oscilaciones de amplitud pequeña y frecuencia ajustable f por medio de un generador de funciones. También este extremo se puede considerar como un extremo fijo.

LISTA DE APARATOS

1 Accesorio p. oscilaciones de muelle	1000703 (U56003)
1 Accesorio para ondas de cuerda	1008540 (U85560081)
1 Generador de vibraciones	1000701 (U56001)
1 Generador de funciones FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
o	
1 Generador de funciones FG 100 @115V	1009956 (U8533600-115)
1 Dinamómetro de precisión, 2 N	1003105 (U20033)
1 Cinta métrica de bolsillo, 2 m	1002603 (U10073)
1 Par de cables de experimentación de seguridad, 75cm, rojo/azul	1017718 (U13816)

MONTAJE

Ondas en un muelle helicoidal

- La varilla soporte acodada se fija en el dispositivo de fijación en la parte trasera del generador de vibraciones.
- Un extremo del muelle helicoidal se cuelga en la varilla soporte acodada, en el otro extremo se fija la espiga de inserción por medio del tornillo moleteado.
- El muelle helicoidal se fija en la espiga de inserción en el generador de vibraciones y en esa forma se tensa.
- La longitud L (efectiva) del muelle helicoidal (Fig. 4a) se ajusta en 30 cm aprox. Si es necesario se adapta la posición de la varilla soporte acodada.
- El generador de funciones se conecta en el generador de vibraciones.

Ondas en cuerdas

- Antes de la puesta en funcionamiento se retira el seguro de transporte de la placa base (tornillo con tuerca).
- La varilla soporte corta se enrosca en la placa base. La varilla soporte larga se atornilla en la varilla corta.
- El dispositivo de desviación y el soporte para dinamómetros se deslizan en la varilla soporte y se fijan en la varilla.
- La varilla soporte con la espiga de inserción se fija en el dispositivo de fijación en la parte trasera del generador de vibraciones.
- El dinamómetro se cuelga en el soporte. Si es necesario se realiza antes una calibración del punto cero.
- La cuerda de goma se cuelga en el dinamómetro y se hace pasar por debajo del dispositivo de desviación y se conduce hacia el generador de vibraciones, teniendo en cuenta que se desplace paralelamente al tablero de la mesa.
- La cuerda se guía a través de la espiga de inserción en el generador de vibraciones y se activa la varilla soporte con la espiga de inserción. La cuerda por medio del tornillo moleteado primeramente se fija sólo en varilla soporte con espiga de inserción. Esto sirve para una descarga transversal de la membrana del altavoz (Fig. 5).

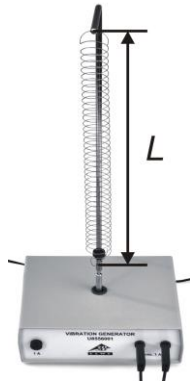


Fig. 4a: Ilustración de la longitud L (efectiva) del muelle helicoidal tenso.

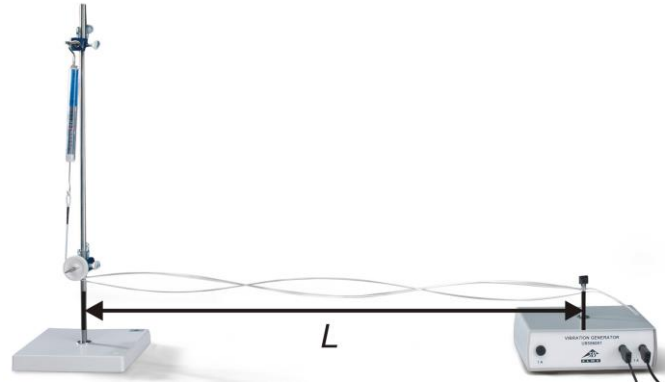


Fig. 4b: Ilustración de la longitud (efectiva) L de la cuerda tensa.

- La Distancia entre la base con la varilla dotada del dispositivo de desviación y el generador de vibraciones se ajusta de tal forma que la longitud (efectiva) L de la cuerda (Fig. 4b) sea de aprox. 90 cm. La cuerda se tensa por medio del dinamómetro ($F \approx 0,6 \text{ N}$) y, utilizando el tornillo moleteado, en la espiga de inserción del generador de vibraciones se fija sólo levemente.
- El generador de funciones se conecta en el generador de vibraciones.

REALIZACIÓN

- Se miden y se anotan las longitudes efectivas L del muelle helicoidal tenso y de la cuerda tensa (Fig. 4a, b).
- En el generador de funciones se elige la forma de onda "Seno" y se ajusta en 5 V (posición de hora 12).
- Tanto para el muelle helicoidal como para la cuerda, partiendo de 1 Hz en cada caso se aumenta la frecuencia en pasos de 0,1 Hz. En las Tab.1 y Tab 2 se anotan las frecuencias de resonancia, para las cuales, no se genera ningún nodo de oscilación, (un vientre de oscilación), un nodo de oscilación, así como dos nodos, tres nodos, cuatro y cinco nodos de oscilación.
- La fuerza de tensión de la cuerda se aumenta secuencialmente a 1,0 N y 1,4 N. Para ello, en la varilla soporte el dinamómetro se desplaza hacia arriba. Se repite cada vez la medición y las frecuencias de resonancia se anotan en la Tab. 2.
- Para la determinación directa de la densidad de masa de la cuerda se mide su longitud total L_0 y la masa m de la cuerda.



Fig. 5: Ilustración de la descarga transversal de la cuerda tensa.

SAMPLE MEASUREMENT

Longitud L del muelle helicoidal tenso: 0,31 m
 Longitud L de la cuerda tensa: 0,90 m

Tab. 1: Frecuencia de resonancia en función del número de nodos, para ondas a lo largo del muelle helicoidal

n	f_n / Hz
0	7,7
1	15,4
2	23,0
3	30,6
4	38,6
5	45,7

Tab. 2: Frecuencia de resonancia en dependencia con el número de nodos para las ondas de la cuerda con diferentes fuerzas de tensión.

n	f_n / Hz		
	$F = 0,6 \text{ N}$	$F = 1,0 \text{ N}$	$F = 1,4 \text{ N}$
0	7,9	9,8	12,1
1	15,7	19,6	24,0
2	23,4	29,4	35,7
3	30,9	39,2	47,3
4	39,4	49,5	59,2
5	47,5	58,7	71,7

Longitud total de la cuerda L_0 : 1,05 m
 Masa de la cuerda m : 3,3 g

EVALUACIÓN

Determinación de la velocidad de onda c

Si se grafica la frecuencia de resonancia contra el número de nodos de oscilación, los puntos de medida, de acuerdo con la ecuación (6b) se encuentran en una recta con la pendiente:

$$(7) \quad \alpha = \frac{c}{2 \cdot L} \Leftrightarrow c = 2 \cdot L \cdot \alpha.$$

A partir de allí y con la longitud L conocida se puede calcular la velocidad de onda c .

- Las frecuencias de resonancia f_n para las ondas en el muelle helicoidal (Tab. 1) y para las ondas en la cuerda (Tab. 2) se grafican en contra del número de nodos n de vibración y cada vez se adaptan rectas (Fig. 6, Fig. 7).
- De las pendientes α de las rectas se determinan las velocidades de onda c y se anotan en la Tab. 3 (ondas en el muelle helicoidal) resp. Tab. 4 (ondas en la cuerda).

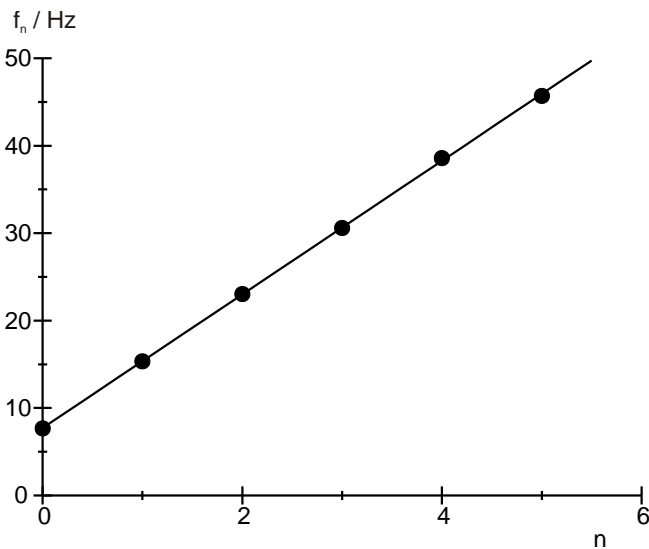


Fig. 6: Frecuencia de resonancia en dependencia con el número de nodos para las ondas en el muelle helicoidal

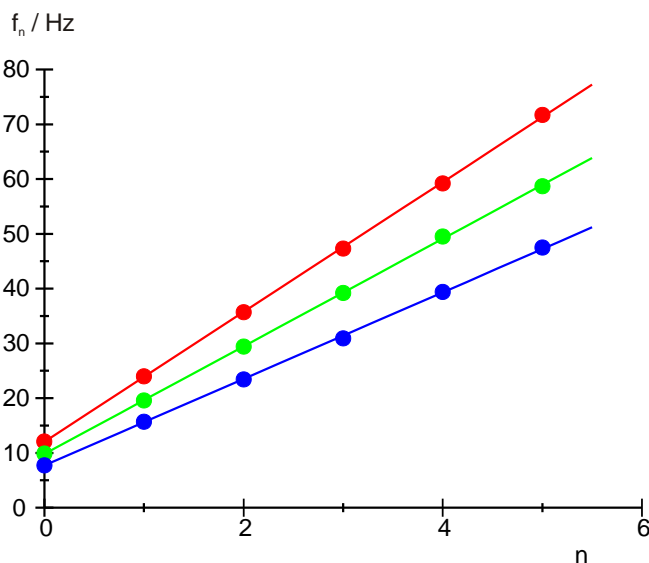


Fig. 7: Frecuencia de resonancia en dependencia con el número de nodos, para las ondas en la cuerda con fuerzas de tensión $F = 0,6$ N (azul), $F = 1,0$ N (verde) y $F = 1,4$ N (rojo).

Tab. 3: Steigung der angepassten Gerade und daraus bestimmte Wellengeschwindigkeit für die Schraubenfederwellen, Länge der (gespannten) Schraubenfeder $L = 0,31$ m.

α / Hz	c / m/s
7,6	4,7

Tab. 4: Steigung der angepassten Geraden, daraus bestimmte Wellengeschwindigkeiten und deren Quadrate für die Seilwellen bei verschiedenen Spannkraften, Länge des (gespannten) Seils $L = 0,90$ m.

F / N	α / Hz	c / m/s	c^2 / m ² /s ²
0,6	7,9	14,2	202
1,0	9,8	17,6	310
1,4	11,9	21,4	458

Determinación de las longitudes de onda λ_n correspondientes a las frecuencias de resonancia f_n

- Las longitudes de onda λ_n determinadas, una vez a partir de las longitudes L y del número de nodos n y una vez a partir de las frecuencias de resonancia f_n y de las velocidades de onda c para el muelle helicoidal (Tab. 1, Tab. 3) y de las ondas en la cuerda (Tab. 2, Tab. 4) calculadas partiendo de las ecuaciones (6a) und (2) y anotadas en en Tab. 5 resp. Tab. 6.

Tab. 5: Longitud de onda en dependencia con el número de nodos para las ondas en el muelle helicoidal (tenso), longitud del muelle helicoidal $L = 0,31$ m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$
0	0,62 m	0,62 m
1	0,31 m	0,31 m
2	0,21 m	0,21 m
3	0,16 m	0,16 m
4	0,12 m	0,12 m
5	0,10 m	0,10 m

Tab. 6: Longitud de onda en dependencia con el número de nodos, para las ondas en la cuerda, longitud de la cuerda (tensa) $L = 0,90$ m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$		
		$F = 0,6$ N	$F = 1,0$ N	$F = 1,4$ N
0	1,80 m	1,80 m	1,80 m	1,77 m
1	0,90 m	0,90 m	0,90 m	0,89 m
2	0,60 m	0,61 m	0,60 m	0,60 m
3	0,45 m	0,46 m	0,45 m	0,45 m
4	0,36 m	0,36 m	0,36 m	0,36 m
5	0,30 m	0,30 m	0,30 m	0,30 m

Como es de esperar, las longitudes de onda concuerdan muy bien entre sí.

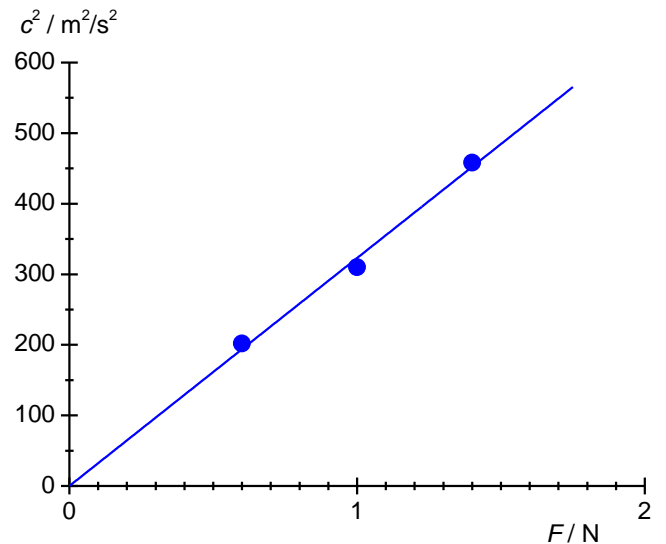


Fig. 8: Cuadrado de la velocidad de onda c^2 de la onda en la cuerda en dependencia con F .

Determinación de la densidad de masa μ de la cuerda

La velocidad de onda, con todos demás parámetros iguales, depende de la fuerza de tensión F , como se demuestra para las ondas en la cuerda en la Fig. 7 resp. en la Tab. 4. Es válido:

$$(8) \quad c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\mu} \cdot F.$$

F : Fuerza de tensión
 μ : Densidad de masa

- Se calcula el cuadrado de las velocidades de onda c^2 , se anotan en la Tab. 4, se hace una gráfica en contra de la fuerza de tensión F y se adapta una recta (Fig. 8).
- De las pendientes de las rectas, según la ecuación (8) y calculando el inverso, se determina la densidad de masa μ de la cuerda.

$$(9) \quad \mu = \frac{1}{323 \frac{\text{m}}{\text{kg}}} = 0,0031 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 3,10 \frac{\text{g}}{\text{m}}.$$

- Se calcula la densidad de masa directamente a partir de la longitud y de la masa de un trozo de la cuerda.

$$(10) \quad \mu = \frac{m}{L_0} = \frac{3,3 \text{ g}}{1,05 \text{ m}} = 3,14 \frac{\text{g}}{\text{m}}.$$

Los valores de las densidades de masa concuerdan en aprox. en 1%.

