

Oscilaciones armónicas

MEDICIÓN DE LAS OSCILACIONES DE UN PÉNDULO DE MUELLE HEICOIDAL CON UN SENSOR DE MOVIMIENTO POR ULTRASONIDO

- Determinación estática de las constantes de muelle k para diferentes muelles helicoidales.
- Registro de la oscilación armónica de un pendulo de muelle helicoidal en dependencia con el tiempo, con un sensor de movimiento por ultrasonido.
- Determinación del período T para diferentes combinaciones de constante de muelle k y masa m .

UE1050311

01/24 UD



Fig. 1: Montaje experimental

FUNDAMENTOS GENERALES

Las oscilaciones se originan cuando un sistema desviado de su condición de equilibrio es retornado a su posición de equilibrio original por medio de una fuerza de restitución. Se habla de oscilaciones armónicas cuando la fuerza restituyente a la posición de reposo es proporcional a la desviación de la posición de reposo. Las oscilaciones de un péndulo de muelle helicoidal son por ello un ejemplo

clásico. La proporcionalidad entre la desviación y la fuerza de restitución se describe por medio de la ley de Hook.

Entre la desviación x y la fuerza de restitución F se establece la relación

$$(1) \quad F = -k \cdot x \quad \text{con}$$

k : Constante del muelle.

Por lo tanto, para una masa m que cuelga de un muelle helicoidal se tiene la ecuación de movimiento

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0,$$

siempre y cuando la masa propia del muelle y una posible amortiguación por una fuerza de fricción se puedan despreciar.

Las soluciones de esta ecuación de movimiento tienen en general la forma

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

como se comprueba en el experimento, registrando las oscilaciones armónicas de un péndulo de muelle helicoidal en función del tiempo por medio de un sensor de movimiento por ultrasonido y luego adaptando una función senoidal a los datos de medida.

El sensor de movimiento por ultrasonido capta la distancia de la masa colgante del péndulo hasta el sensor. Es decir, la magnitud de medida corresponde directamente a la variable $x(t)$ descrita en la ecuación (3) considerando un posible desplazamiento del punto cero compensable por medio de una función de tara.

Se define como el período T el tiempo transcurrido entre dos pasos por cero de la función seno en la misma dirección y se obtiene de (3) la expresión

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Para la comprobación de (4) se realizan las mediciones para diferentes combinaciones de masa m - constante de muelle k y se determina cada vez el período de la oscilación como la distancia entre dos pasos por cero en los datos registrados o por una adaptación de la ecuación (3). Las constantes de muelle se determinan además por medio de mediciones estáticas y se comparan con las constantes de muelle determinadas por medio de mediciones dinámicas.

LISTA DE EQUIPOS

1 Juego de resortes para demostración de la ley de Hooke	U40816	1003376
1 Juego de pesas de ranura, 10x 10 g	U30031	1003227
1 Juego de pesas de ranura, 5x 50 g	U30033	1003229
1 Pie soporte, 3 patas, 150 mm	U13270	1002835
1 Varilla de soporte, 1000 mm	U15004	1002936
1 Nuez con gancho	U13252	1002828
1 Cinta métrica de bolsillo, 2 m	U10073	1002603
1 Detector de movimiento €Motion	UCMA-0101021673	
1 Computador		
1 Software		

Encontrará más información sobre la medición digital en el sitio web del experimento, en la tienda virtual de 3B.

MONTAJE Y EJECUCIÓN

Observación:

El experimento se realiza ejemplarmente para los péndulos de muelle cuyos muelles helicoidales se especifican nominalmente con $k = 2,5, 5$ y 25 N/m.

Medición estática

- Se monta la disposición de medición según la Fig. 1.
- Se cuelga en la nuez con cancho uno de los muelles helicoidales para la ley de Hook (nominal $k = 2,5, 5, 10, 15$ y 25 N/m).
- Dependiendo de la fortaleza del muelle helicoidal se cuelgan en el muelle helicoidal las pesas del juego de pesas de ranura 10×10 g o de 5×50 g, por medio de la cinta métrica de bolsillo se mide cada vez la elongación s resultante y se anota en la Tab. 1.

Observación:

El platillo soporte del juego de pesas de ranura se tiene en cuenta con las diez pesas de 10 g resp. con las cinco pesas de 50 g.

- La serie de mediciones se repite para los otros muelles helicoidales.

Medición dinámica

- Se monta la disposición de medición de acuerdo con la Fig. 1.
- Se cuelga en la nuez con cancho uno de los muelles helicoidales para la ley de Hook (nominal $k = 2,5, 5, 10, 15$ y 25 N/m).
- Las cuatro masas de 50 g del juego de masas de ranura de 5×50 g se retiran del soporte. El soporte se cuelga en el muelle helicoidal.
- El sensor de movimiento por ultrasonido se coloca directamente por debajo del muelle helicoidal con el soporte colgado.
- Se conecta el sensor de movimiento al computador utilizando el cable USB y se inicia el software.
- Se desvía el péndulo helicoidal un poco de la vertical, se deja libre y se inicia la medición en el software al mismo tiempo.
- Secuencialmente se cuelgan las cuatro masas de 50 g en el soporte y cada vez se repite la medición.
- La serie de mediciones se repite para los otros muelles helicoidales.

EJEMPLO DE MEDICIÓN

Medición estática

Tab. 1: Desviaciones s del muelle helicoidal especificado nominalmente con $k = 2,5 \text{ N/m}$ con diferentes masas m colgadas

m / g	s / cm
10	3,2
20	7,2
30	11,2
40	15,4
50	19,7
60	23,7
70	27,7
80	31,7
90	36,0
100	40,0

Tab. 2: Desviaciones s del muelle helicoidal especificado nominalmente con $k = 5 \text{ N/m}$ con diferentes masas m colgadas

m / g	s / cm
10	0,9
20	3,0
30	4,7
40	6,2
50	7,9
60	9,4
70	10,9
80	12,5
90	14,0
100	15,7

Tab. 3: Desviaciones s del muelle helicoidal especificado nominalmente con $k = 25 \text{ N/m}$ con diferentes masas m colgadas

m / g	s / cm
50	1,4
100	3,2
150	5,0
200	6,9
250	8,7

Medición dinámica

La Fig. 2 muestra los datos de oscilación registrados por el software ejemplarmente para un péndulo de muelle nominalmente con $k = 5 \text{ N/m}$ y $m = 250 \text{ g}$. En el sector marcado por los cursores de la curva de medida se ha adaptado una función seno para la comprobación de (3).

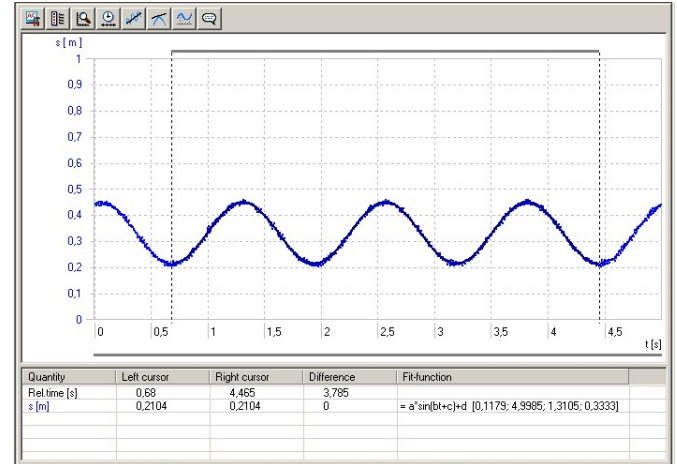


Fig. 2: Datos de oscilación registrados después de la adaptación de una función seno. Los cursores muestran el sector de adaptación

EVALUACIÓN

Medición estática

La fuerza generada por el peso F_G es igual a la fuerza del muelle F_F , es decir, que según la ley de Newton y la ley de Hook se obtiene que:

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \Leftrightarrow s = \frac{g}{k_s} \cdot m = B \cdot m \quad (5)$$

$$B = \frac{g}{k_s} \Leftrightarrow k_s = \frac{g}{B}$$

- F_G : Fuerza por el peso
- m : masa colgante
- g : Aceleración gravitacional
- F_F : Fuerza ejercida por el muelle
- k_s : Constante de muelle
- s : Desviación del muelle

- Los valores de medida de las Tab. 1, 2 y 3 se representan gráficamente (Fig. 3) en cada uno de ellos se adapta cada vez una recta $s = B_s \cdot m$ entre los puntos de medida y aplicando la ecuación (5), de la pendiente B_s de la curva correspondiente se determina la constante del muelle k_s .

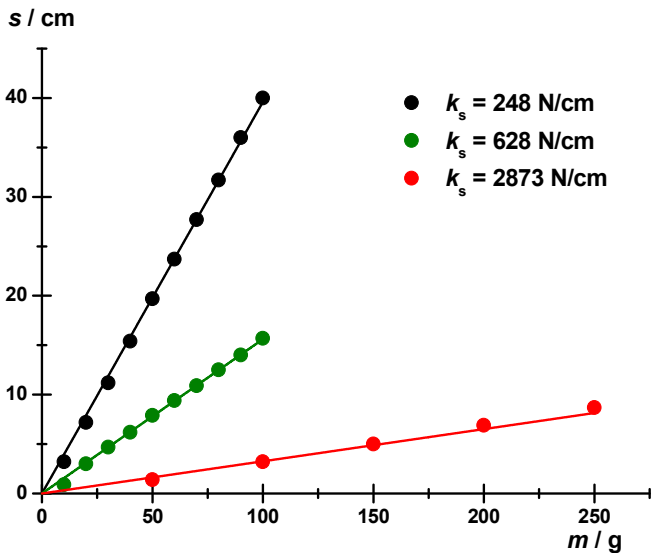


Fig. 3: Desviación s como función de m

Medición dinámica

- De los datos de oscilación registrados se determina cada vez la duración del período T .
- Para ello se mide el intervalo de tiempo entre dos pasos por cero subsiguientes, se leen directamente de la curva de medida y se anotan en las tablas 4, 5 y 6. Alternativamente, la duración del período se puede determinar por medio de la ecuación (4) de la adaptación de la ecuación (3) a la curva de medida.

Tab. 4: De los datos de oscilación registrados las duraciones del período determinadas del péndulo helicoidal, cuyo muelle helicoidal está especificado nominalmente por $k = 2,5 \text{ N/m}$

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,937	0,877
100	1,308	1,710
150	1,503	2,258

Tab. 5: De los datos de oscilación registrados las duraciones del período determinadas del péndulo helicoidal, cuyo muelle helicoidal está especificado nominalmente por $k = 5 \text{ N/m}$

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,584	0,341
100	0,810	0,656
150	0,992	0,983
200	1,143	1,305
250	1,262	1,592

Tab. 6: De los datos de oscilación registrados las duraciones del período determinadas del péndulo helicoidal, cuyo muelle helicoidal está especificado nominalmente por $k = 25 \text{ N/m}$

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,289	0,084
100	0,398	0,158
150	0,482	0,232
200	0,553	0,305
250	0,619	0,384

De la ecuación (4) sigue:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot m = B_T \cdot m$$

(6)

$$B_T = \frac{4\pi^2}{k_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{4\pi^2}{B_T}$$

- Los valores de medida de las Tabs. 4, 5 y 6 se representan gráficamente (Fig. 4), cada vez se adapta una recta $T^2 = B_T \cdot m$ en los puntos de medida y usando la ecuación (5) de la pendiente B_T se determina la constante del muelle k_T .

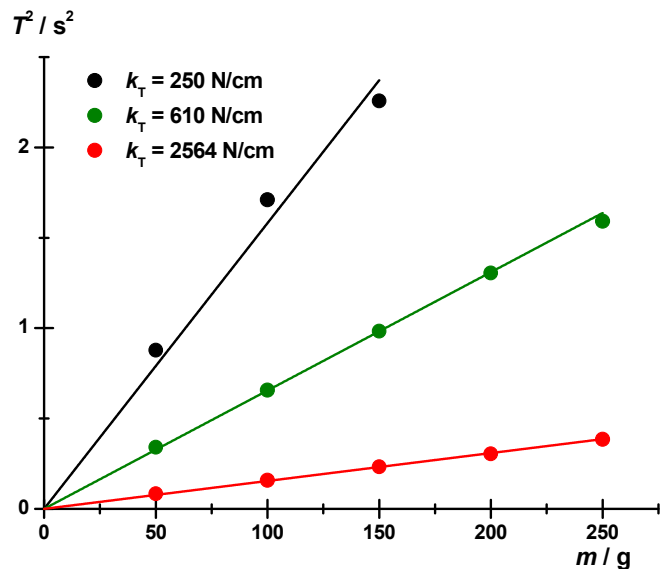
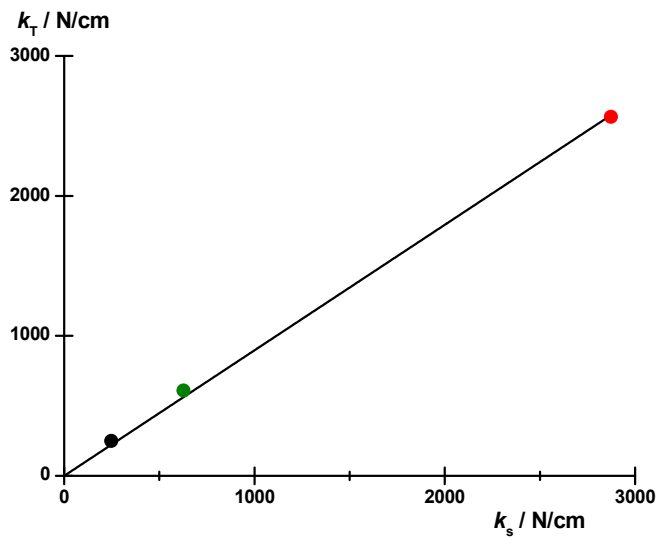


Fig. 4: Cuadrado de la duración del período T^2 como función de m

- Las constantes de muelle k_T a partir de las mediciones dinámicas se grafican contra las constantes de muelle k_s a partir de las mediciones estáticas y se adapta una recta en los puntos de medida (Fig. 5)



La adaptación de la recta a los puntos de medida en la Fig. 5 da por resultado una pendiente de 0,9, es decir, que los puntos de medida se encuentran en la bisectriz del ángulo. Se comprueba así la concordancia de las constantes de muelle determinadas por el método dinámico y el método estático.

Fig. 5: k_T como función de k_s con recta adaptada