

Precesión y nutación de un giroscopio

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA PRECESIÓN Y DE LA NUTACIÓN DE UN GIROSCOPIO Y DETERMINACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA

- Comprobación de la proporcionalidad entre la frecuencia de rotación f_R del disco rotante y el tiempo T_P de una precesión del giroscopio y determinación del momento de inercia a partir del registro gráfico $f_R(T_P)$.
- Comprobación de la proporcionalidad entre la frecuencia de rotación f_R y la frecuencia de nutación f_N por medio de un registro gráfico $f_N(f_R)$ resp. de los tiempos correspondientes $T_R(T_N)$.

UE1040500

07/16 UD



Fig. 1: Disposición de medición para la precesión de un giroscopio (sin masa adicional colgada)

FUNDAMENTOS GENERALES

Un giroscopio es un cuerpo rígido que gira alrededor de un eje fijado en un punto. Si una fuerza externa actúa sobre el eje, el momento angular provoca una variación del impulso angular. El giroscopio se mueve entonces en la dirección perpendicular al eje de la figura y perpendicular a la fuerza actuante. A este movimiento se le denomina precesión. Si un giroscopio que gira serenamente se le golpea en contra de su eje de rotación, éste realiza movimientos de volcado basculares, a los cuales se le llama nutación. En general estos dos movimientos se superponen.

En el experimento se utiliza un giroscopio cuyo disco grande rota con rozamiento mínimo alrededor de un eje de rotación fijado en un punto de apoyo. Una masa contraria está ajustada de tal forma que el punto de apoyo concuerda con el centro de gravedad. Si el giroscopio se encuentra en equilibrio y el disco se pone en rotación, sobre él actúa un impulso angular L :

$$(1) \quad L = I \omega_R$$

I : Momento de inercia, ω_R : Velocidad angular

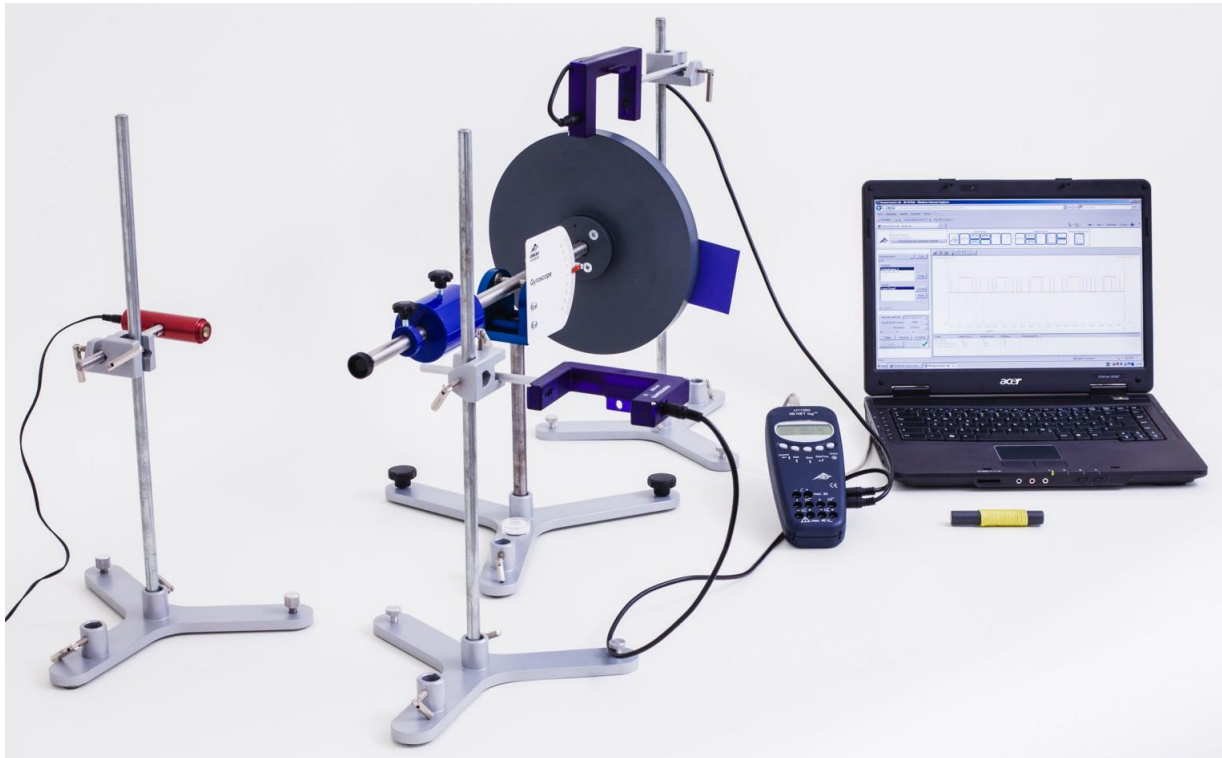


Fig. 2 Disposición de experimentación para la nutación de un giroscopio

El momento de inercia del disco en rotación se da por medio de:

$$(2) \quad I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

M: Masa del disco, *R*: Radio del disco

Si se carga el eje de rotación con una masa adicional *m*, en esta forma se tiene una variación del impulso angular generada por el momento angular τ introducido por la masa adicional:

$$(3) \quad \tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt}$$

r: Distancia del punto de apoyo del eje de rotación hasta el punto de acción de la masa adicional

El eje de rotación se mueve, según la Fig. 3 un ángulo dado por

$$(4) \quad \alpha\phi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$$

y realiza una precesión. De ello se deduce la velocidad angular del movimiento de precesión:

$$(5) \quad \omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R}$$

y con $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$:

$$(6) \quad \frac{1}{T_p} = \frac{f_p}{f_R} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot \frac{T_p}{\omega_R}$$

Si el disco giratorio se pone en rotación sin un momento angular adicional externo y se golpea leve y lateralmente el eje de rotación, el giroscopio realiza movimientos de nutación. La velocidad angular de nutación es en este caso directamente proporcional a la velocidad angular de la rotación:

$$(7) \quad \omega_N = C \cdot \omega_R \text{ resp. } T_N = C \cdot T_R$$

C: Constante

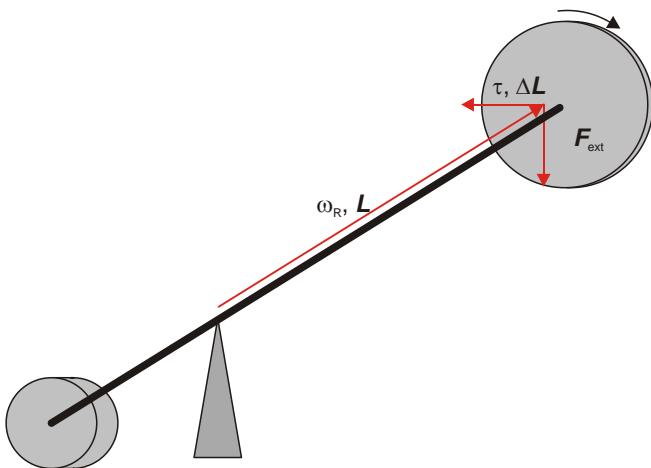


Fig. 3 Dibujo esquemático del giroscopio para la precesión

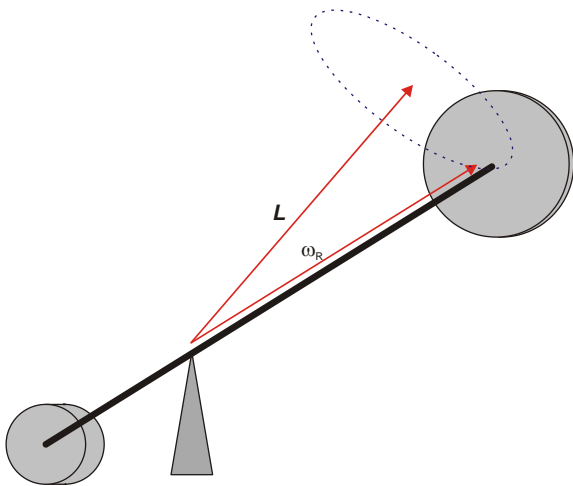


Fig. 4 Dibujo esquemático del giroscopio para la nutación

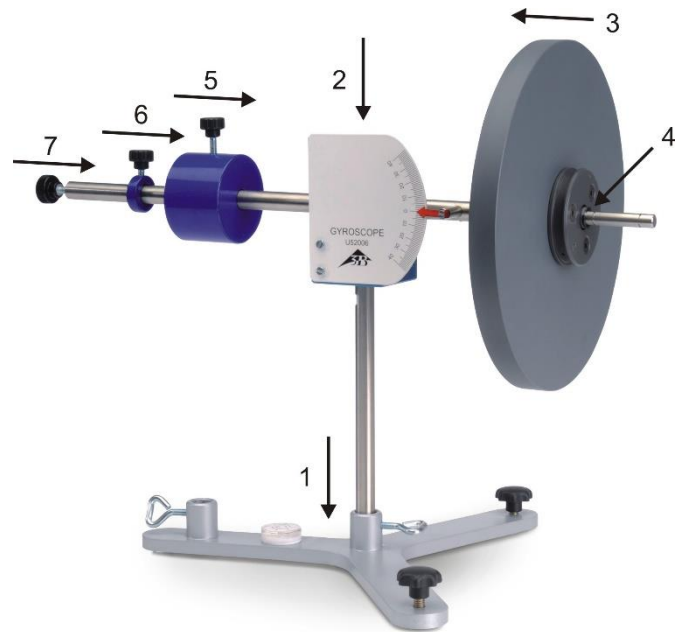


Fig. 5 Puesta en funcionamiento del giroscopio

LISTA DE EQUIPOS

1	Giroscopio	1000695 (U52006)
2	Puerta fotoeléctrica	1000563 (U11365)
1	Diodo láser, rojo	1003201 (U22000)
1	3B NETlog™ @230V	1000540 (U11300-230)
1	3B NETlog™ @115V	1000539 (U11300-115)
1	3B NETlab™	1000544 (U11310)
3	Pie soporte, 3 patas, 150 mm	1002835 (U13270)
3	Nuez universal	1002830 (U13255)
3	Varilla de soporte, 750 mm	1002935 (U15003)

PUESTA EN FUNCIONAMIENTO DEL GIROSCOPIO

- Se coloca el pie soporte en un lugar de trabajo plano libre vibraciones y se orienta en la horizontal por medio del nivel de burbuja.
- Se inserta la varilla soporte en el pie soporte y se fija (Fig .5, 1).
- El cabezal rotor con el eje principal se fija en la varilla soporte (Fig .5, 2).
- El disco inercial volante se desplaza en el eje principal del giroscopio hasta el final de tal forma que el tambor de cuerda del cabezal rotor muestre hacia afuera (Fig. 5, 3). Se coloca el distanciador y se asegura el disco inercial volatener con el disco de aseguramiento (Fig.5, 3). Primeramente se saca totalmente el tornillo de ajuste en el otro extremo del eje principal.
- Secuencialmente, se insertan la masa grande de contrapeso y la masa pequeña de ajuste en el otro extremo del eje principal y se vuelve a enroscar el tornillo de ajuste en el eje principal (Fig.5, 5,6,7) La masa de contrapeso y la masa de ajuste se corren de tal forma que el eje principal quede orientado horizontalmente (la aguja en la posición cero de la escala) y se fijan cada uno de los tornillos de ajuste fino. Si es necesario se realiza un ajuste fino con el tornillo de ajuste.

- La aguja para la masa inercial se fija en la masa inercial volante usando una banda de velcro, como muestra la Fig. 1 resp. la Fig. 2.

MONTAJE Y EJECUCIÓN

- Las dos puertas fotoeléctricas se montan utilizando material de montaje y se ponen en posición, como se muestra en la Fig. 1 resp. en la Fig. 2 y se conectan en las entradas analógicas A y B del NETlog™ por medio de los cables dotados de las tomas miniDIN de 8 pines.

Observación:

En la medición de la nutación, la puerta fotoeléctrica que capta el período de nutación no se hace trabajar en el "modo interno de puerta fotoeléctrica" sino en el "modo de puerta fotoeléctrica de láser" Este modo se activa cerrando el diafragma mecánico y el diodo laser se orienta hacia la apertura lateral de la puerta fotoeléctrica.

- Se enciende el computador y se pone en marcha el 3B Netlab™. Usando un cable USB se conecta el 3B Netlog™ al computador y se enciende. En el 3B NETlab™ bajo "Conexión de aparato" se hace un clic sobre el botón "Test", para comprobar la conexión.
- Las entradas analógicas A y B en el 3B NETlab™ se configuran a 20 V CC y se confirman haciendo un clic en el botón "Entradas OK".
- Se ajustan los parámetros
 Intervalo de medición / Cadencia: 10 ms 100 Hz Osz
 Número valores de medida: 10000
 Duración de la medición: 01:40,0 s
 y se confirma haciendo un clic sobre el botón "Parámetros OK".
- Para la medición de la precesión, como masa adicional se cuelga en el orificio en el extremo delantero el soporte para pesos con tres pesos discales insertados.

- Para la medición de la nutación no se cuelga ninguna masa adicional.
- El casquillo metálico del hilo de arranque se inserta en el orificio del tambor de cuerda y el hilo de arranque se enrolla.
- Se hace un clic en el botón "Arranque" en el 3b Netlab™, se inicia el registro de los valores de medida.
- Se sujeta el extremo trasero del eje principal con una mano y con la otra el mango del hilo de arranque. Se pone en rotación el disco inercial volante tirando rápida, regular y fuertemente del hilo de arranque y continuación se deja libre enseguida el eje principal.

Observación:

Al tirar del hilo de arranque, éste se mantiene bajo tensión hasta que se haya desenrollado totalmente, de lo contrario se puede enredar en el tambor rotante de la cuerda.

Si es necesario, el inicio de la medición en el 3B NETlab™ y la puesta en rotación del disco inercial se realiza junto con otra persona.

Se tiene cuidado de que el giroscopio durante este proceso permanezca lo más posible en la horizontal.

- Para la medición de la nutación, ésta se inicia con un golpe lateral leve en el eje del giroscopio.

EJEMPLO DE MEDICIÓN Y EVALUACIÓN

- Masa M del disco inercial volante: 1,5 kg
- Radio R del disco inercial volante: 12,5 cm
- Masa adicional m : 150 g
- Distancia r entre el punto de apoyo del eje de rotación y el punto de acción de la masa adicional: 22,5 cm

La Fig. 6 (arriba) resp. Fig. 7 (arriba) muestra resultados típicos para la medición de la precesión resp. de la nutación en el 3B NETlab™ de acuerdo con la disposición de medición según la Fig. 1 resp. la Fig. 2.

- Los tiempos de precesión, de nutación y de rotación T_P , T_N y T_R se determinan por medio de los cursos temporales de los pulsos.

En la Fig. 6 resp. en la Fig. 7 la entrada analógica A (azul) corresponde en cada una al curso temporal de la señal de rotación y en la entrada analógica B (rojo) al curso temporal de la señal de precesión resp. de la señal de nutación.

El tiempo de precesión se puede leer directamente por medio de los cursores, como el tiempo entre dos pulsos. P. ej. de la Fig. 6 (centro) para el primer período de la precesión se obtiene $T_P = 16,52$ s.

Igualmente, el tiempo de nutación se puede leer directamente por medio de los cursores, ver Fig. 7 (centro). Para ello, se identifican en la señal sectores con por lo menos tres pulsos secuenciales de más o menos la misma longitud. Como un período de nutación corresponde a tres oscurecimientos secuenciales de la puerta fotoeléctrica, el tiempo de nutación corresponde al tiempo entre el primer y el tercer pulso. P. ej. de la Fig. 7 (centro) se obtiene para el primer período de la nutación $T_N = 1,64$ s.

El tiempo de la rotación se determina de varios pulsos secuenciales, en los mismos sectores en los cuales se han determinado antes los correspondientes tiempos de precesión y de nutación.



Fig. 6 Precesión del giroscopio. Curso temporal registrado (arriba) así como determinación del tiempo de precesión T_P (centro) y tiempo de rotación T_R (abajo) en el 3B NETlab™

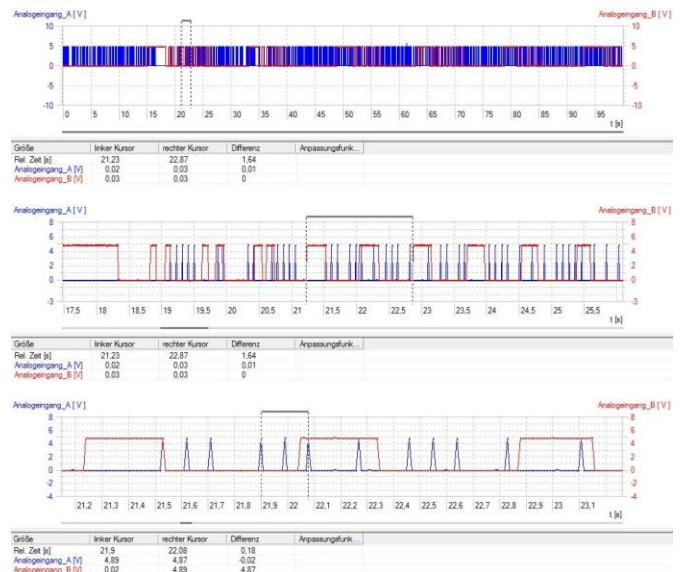


Fig. 7 Nutación del giroscopio. Curso temporal registrado (arriba) así como determinación del tiempo de la nutación T_N (centro) y tiempo de la rotación T_R (abajo) en el 3B NETlab™

Por ejemplo, se obtiene, de la Fig. 6 (abajo) $T_R = 0,24$ s / 3 = 0,08 s para el período de rotación perteneciente al primer período de precesión y de la Fig. 7 (abajo) $T_R = 0,18$ s / 2 = 0,09 s para el período de rotación perteneciente al primer período de nutación.

- Los tiempos determinados se anotan en la Tab. 1 resp. en la Tab. 2.

Tab. 1: Precesión del giroscopio. Los tiempos de precesión T_P y los tiempos de rotación T_R determinados de la medición así como las frecuencias de rotación f_R determinadas de ellos

T_P / s	T_R / s	f_R / Hz
16,52	0,08	12,50
15,31	0,09	11,11
14,17	0,10	10,00
12,68	0,11	9,09
11,06	0,12	8,33
10,63	0,13	7,69

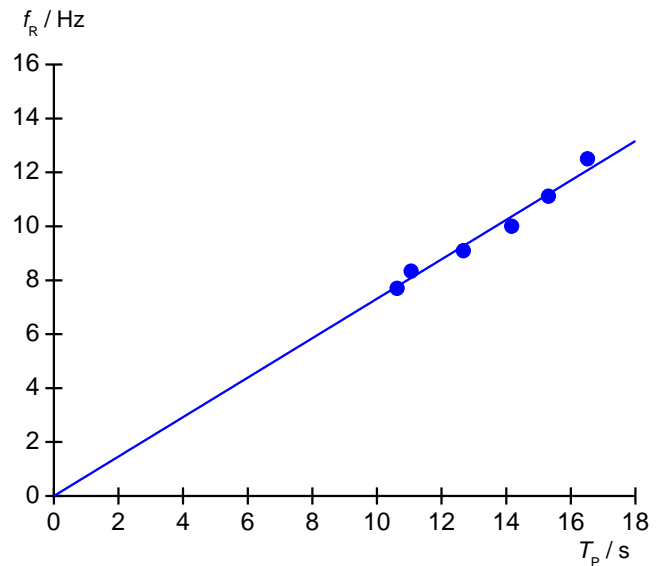


Fig. 8 Frecuencia de rotación f_R del disco en rotación en dependencia con el tiempo de precesión T_P .

Tab. 2: Nutación del giroscopio. Tiempos de nutación T_N y tiempos de rotación T_R , determinados de la medición

T_N / s	T_R / s
1,64	0,09
1,78	0,10
1,99	0,11
2,19	0,12
2,35	0,13

- Se calculan de los tiempos de rotación de la Tab. 1 las frecuencias de rotación y se anota a su vez en la Tab. 1.
- Las frecuencias de rotación contra los tiempos de precesión se llevan un diagrama y se adapta una recta que pase por el origen (Fig. 8).
- De la pendiente de la recta a , según la ecuación (6) se determina el momento de inercia del disco inercial rotante:

$$f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot I} \cdot T_P = a \cdot T_P \Rightarrow$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot a} = \frac{0,15 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,225 \text{ m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,73 \frac{1}{\text{s}^2}}$$

$$= 0,0115 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Se determina el momento de inercia del disco inercial giratorio, según la ecuación (2):

$$I = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot (0,125 \text{ m})^2 = 0,0117 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Los valores concuerdan muy bien en el marco de su error de medición de aprox. 1.5%.

- Se llevan a un diagrama los tiempos de rotación de la Tab. 2 contra los tiempos de nutación y se adapta una recta que pase por el origen (Fig. 9).

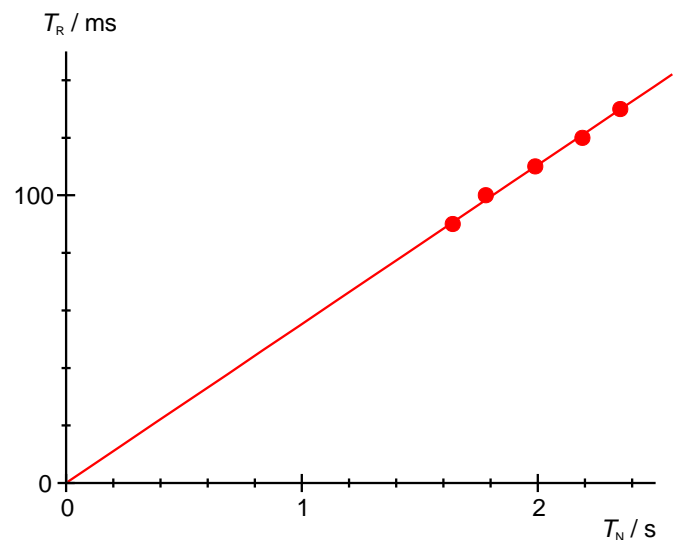


Fig. 9 Tiempo de rotación T_R en dependencia con el tiempo de nutación T_N .

Se comprueba la proporcionalidad directa entre el período de nutación y el período de rotación según la ecuación (7).

