Movimentos rotativos acelerados uniformemente

CONFIRMAÇÃO DA EQUAÇÃO DOS MOVIMENTOS DE NEWTON

- Anotação ponto a ponto do diagrama tempo-ângulo de um movimento rotativo acelerado uniformemente.
- Confirmação da proporcionalidade entre ângulo de rotação e quadrado do tempo.
- Determinação da aceleração angular em dependência do momento de torque acelerado e a confirmação da equação de movimento de Newton.
- Determinação da aceleração angular em dependência do momento de inércia e da confirmação da equação do movimento de Newton.

UE1040101

03/16 JS

FUNDAMENTOS GERAIS

A rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo pode ser descrita analogamente aos movimentos de translação mono dimensionais. Substitui-se o percurso *s* pelo ângulo de giro φ, a velocidade *v* pela velocidade angular ω, a aceleração *a* pela aceleração angular α, a força acelerada *F* pelo momento de torque atuante sobre o corpo rígido *M* e a massa inercial *m* pelo momento de inércia *J* do corpo rígido em torno do eixo de rotação.

A analogia para a equação de Newton de movimentos para movimentos de translação vale: um corpo rígido apoiado em condições de girar com o momento de inércia *J* experimenta a aceleração angular α, quando sob efeito do momento de torque

$$M = J \cdot \alpha \qquad (1)$$

Havendo atuação de um momento de torque constante, o corpo completará um movimento rotativo com aceleração angular uniforme.

Na experiência isto será examinado num sistema rotativo apoiado num “filme de ar” e, portanto, de atrito muito reduzido. Terá início no momento $t_0 = 0$ com velocidade angular $\omega = 0$ e girará durante o tempo *t* em torno do ângulo

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \qquad (2)$$

Fig. 1: Arranjo de medição para a análise dos movimentos rotativos acelerados uniformemente

LISTA DE APARELHOS

1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 230 V 1000782 (U8405680-230)
ou
1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 115 V 1000781 (U8405680-115)

1 Sensor de reflexo laser 1001034 (U8533380)

1 Contador digital @ 230 V 1001033 (U8533341-230)
ou
1 Contador digital @ 115 V 1001032 (U8533341-115)

O momento de torque *M* resulta do peso de uma massa acelerada m_M, que numa distância r_M para o eixo de rotação atua sobre o corpo.

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \qquad (3)$$

$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$: Aceleração da gravidade

Se colocarmos na barra transversal do sistema rotativo duas massas m_J complementares numa distância fixa r_J para o eixo de rotação, então o momento de inércia aumentará conforme

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \qquad (4)$$

J_o: momento de inércia sem massas suplementares

Tanto para a aceleração como para a ampliação da inércia respectivamente, existem várias unidades de massas disponíveis. Além disso, as distâncias r_M e r_J podem ser variadas. Assim pode ser examinada a aceleração angular para confirmação da (1) dependência do momento de inércia e do momento de torque.

MONTAGEM

- Montar o sistema rotativo de apoio pneumático segundo a instrução de operação e alinhar horizontalmente.
- Montar o disco de rotação sobre a barra de haltere e parafusar a polia.
- Colocar o sensor de reflexo laser sobre a consola da unidade ligar / desligar.
- Empurrar a alavanca de desengate da unidade ligar / desligar para cima.
- Ligar o compressor e empurrar a unidade ligar / desligar com o seu ponteiro até a borda do disco de rotação, até que seja prendido.
- Girar o disco de rotação de maneira que o ponteiro indique a posição 0°.
- Conectar a unidade ligar / desligar em observação dos códigos de cores dos plugues na entrada de ligar e o sensor de reflexo laser a entrada de desligar do contador digital.
- Deslocar o sensor de reflexo laser de maneira que a luz penetre através da furação da posição 0°..
- Posicionar a chave de seleção do contador digital em Δt_{AB} / ms.

EXECUÇÃO

a) Esboço pontilhado de um movimento rotatório uniformemente acelerado:

- Alinhar o fio no nível meio da polia (r_M = 10 mm) e pendurar os pesos de gancho com peso total de 3 g massa (m_M = 3 g).
- Girar o disco de rotação até o ângulo inicial de 10°.
- Provocar o movimento rotatório apertando a alavanca e esperar, até que a medição de tempo do contador digital esteja concluída.
- Ler o tempo t e anotar na Tab. 1.
- Efetuar também a medição de tempo para os ângulos φ = 40°, 90° e 250° e anotar os resultados na Tab. 1.

b) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de rotação em aceleração:

Para medição da aceleração angular α em dependência dos parâmetros *M* e *J* mede-se respectivamente o tempo necessário para uma rotação de 90° *t*(90°). Neste caso vale

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90°)^2}$$

- Girar o disco de rotação até o ângulo inicial de 90°.
- Pendurar no fio os pesos de gancho com peso m_M = 1 g.
- Provocar o movimento rotatório apertando a alavanca e esperar, até que a medição de tempo do contador digital esteja concluída.
- Ler o tempo *t*(90°) e anotar na Tab. 2a.
- Efetuar também a medição de tempo para os pesos m_M = 2 g, 3 g e 4 g e anotar os resultados na Tab. 2a.
- Calcular as acelerações angulares α com os tempos medidos e anotar Tab. 2a.
- Alinhar o fio no nível menos da polia (r_M = 5 mm) e pendurar os pesos de gancho com peso total de 3 g massa (m_M = 3 g).
- Determinar o tempo *t*(90°) para a rotação do disco em 90° e anotar na Tab. 2b.
- Efetuar também a medição de tempo para o rádio r_M = 15 mm e anotar o resultado na Tab. 2b.
- Calcular a aceleração angular α dos tempos medidos e anotar na Tab. 2b.

c) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de inércia:

- Alinhar o fio no nível meio da polia (r_M = 10 mm) e pendurar os pesos de gancho com peso total de 3 g massa (m_M = 3 g).
- Determinar o tempo *t*(90°) para a rotação do disco em 90° e anotar na Tab. 3.
- Pendurar simetricamente em distancia r_J = 30 mm dois pesos complementares m_J = 50 g na barra de haltere.
- Determinar o tempo *t*(90°) e anotar na Tab. 3.
- Aumentar os intervalos r_J em passos de 20 mm, determinar cada vez o tempo *t*(90°) e anotar na Tab. 3.

EXEMPLO DE MEDIÇÃO

a) Esboço pontilhado de um movimento rotatório uniformemente acelerado:

Tab. 1: O ângulo de rotação φ e os tempos t num movimento rotatório uniformemente acelerado

φ	t / ms	φ	t / ms
0°	0	90°	3078
10°	1025	160°	4132
40°	2038	250°	5184

b) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de rotação em aceleração:

Tab. 2a: A aceleração angular α em dependência do momento de rotação M (calculado segundo equação 3). Medição com rádio constante r_M = 10 mm da força incidente.

m_M / g	M / mN mm	t(90°) / s	α / rad/s²
1	98	5,2	0,12
2	196	3,8	0,22
3	294	3,1	0,33
4	392	2,6	0,46

Tab. 2b: A aceleração angular α em dependência do momento de rotação M (calculado segundo equação 3). Medição com peso constante m_M = 3 g do peso de gancho pendurado.

r_M / mm	M / mN mm	t(90°) / s	α / rad/s²
5	147	4,4	0,16
10	294	3,1	0,33
15	441	2,5	0,50

c) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de inércia:

Tab. 3: Aceleração angular α em dependência do momento de inércia J (calculado segundo equação, 4 com J_0 = 0,873 g m²).
Parâmetro de medição: m_M = 3 g, r_M = 10 mm, m_J = 50 g

r_J / mm	J / g m²	J_{ges} / g m²	t(90°) / s	α / rad/s²
0	0,000	0,873	3,098	0,33
30	0,090	0,963	3,277	0,29
50	0,250	1,123	3,46	0,26
70	0,490	1,363	3,857	0,21
90	0,810	1,683	4,276	0,17
110	1,210	2,083	4,724	0,14
130	1,690	2,563	5,231	0,11
150	2,250	3,123	5,778	0,09
170	2,890	3,763	6,307	0,08
190	3,610	4,483	6,93	0,07
210	4,410	5,283	7,481	0,06

ANÁLISE

a) Esboço pontilhado de um movimento rotatório uniformemente acelerado:

Primeira variante:

Cálculo das relações dos tempos para os ângulos de rotação φ_0 = 10°, φ_1 = 40°, φ_2 = 90° e φ_3 = 250°

$$\frac{t(4\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{2038\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 2{,}0\,,\quad \frac{t(9\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{3078\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 3{,}0\,,$$

$$\frac{t(16\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{4132\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 4{,}0\,,\quad \frac{t(25\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{5184\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 5{,}1$$

Os tempos acontecem dentro da exatidão de medição como 5 : 4 : 3 : 2 : 1, quando os ângulos acontecem como 25 : 16 : 9 : 4 : 1. Por isso, o ângulo de rotação é proporcional ao quadrado do tempo: $\varphi \propto t^2$

Segunda variante:

Anotação dos resultados de medição no diagrama ângulo de rotação-tempo. A adaptação de uma parábola aos valores de medição confirma, que o ângulo de rotação φ não uma função linear do tempo t . (ver Fig. 2):

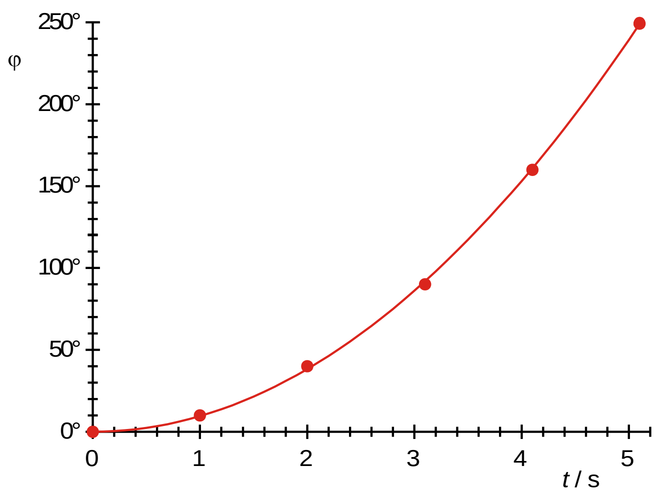

Fig. 2: Diagrama ângulo de rotação-tempo de um movimento rotatório uniformemente acelerado

Linearização através de representação do ângulo de rotação como função do quadrado do tempo. (ver Fig. 3):

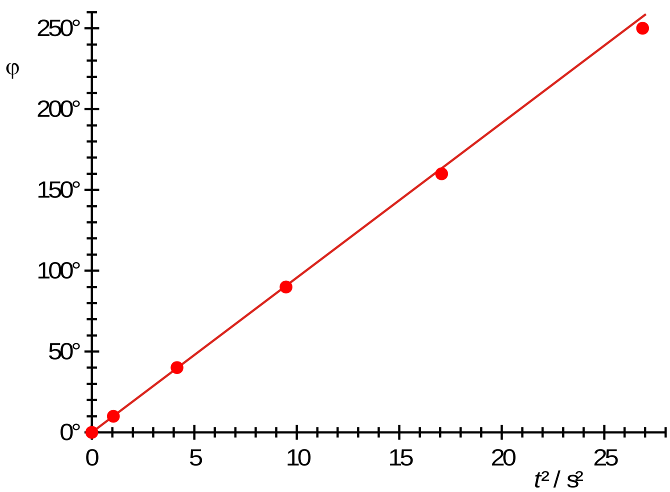

Fig. 3: Angulo de rotação como função do quadrado do tempo

A concordância da reta de origem adaptada com os valores de medição confirma a equação 2. Do crescimento da reta A pode-se calcular a aceleração angular:

$$\alpha = 2 \cdot A = 18{,}68\,\frac{\text{grd}}{s^2} = 0{,}326\,\frac{\text{rad}}{s^2}$$

b) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de rotação em aceleração:

Na Fig. 4 estão representados os dados da Tab. 2a e 2b num diagrama ângulo de rotação-momento de rotação. Eles concordam no âmbito da exatidão de medição com a reta de origem desenhada

$$\alpha = \frac{1}{0{,}873\ \text{g m}^2} \cdot M$$

Assim se confirma a equação 1.

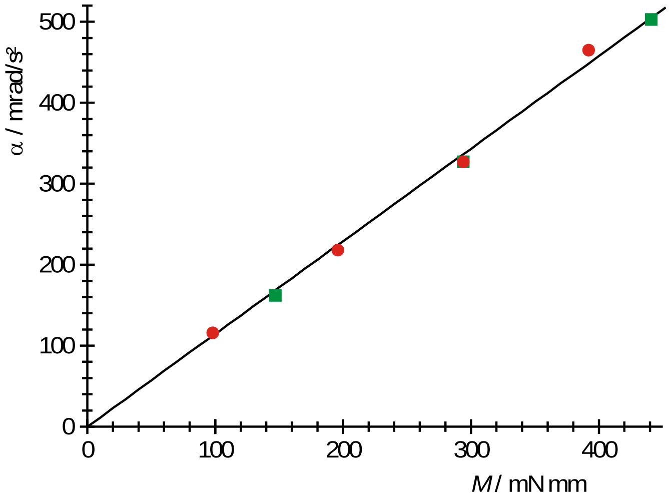

Fig. 4: Angulo de rotação α como função do momento de rotação acelerado M (● : r_M = 10 mm, ■ : m_M = 3 g)

c) Determinação da aceleração angular em dependência do momento de inércia:

Do crescimento da reta de origem na Fig. 4 calcula-se para o momento de inércia do disco de rotação com a barra de Haltere o valor J_0 = 0,873 g m². Este valor entra no calculo do momento de inércia total J na Tab. 3.

Na Fig. 5 estão representados os dados da Tab. 3 num diagrama ângulo de rotação-momento de inércia. Eles concordam no âmbito da exatidão de medição com a hipérbole desenhada.

$$\alpha = \frac{294\ \text{mN mm}}{J}$$

Assim se confirma a equação 1.

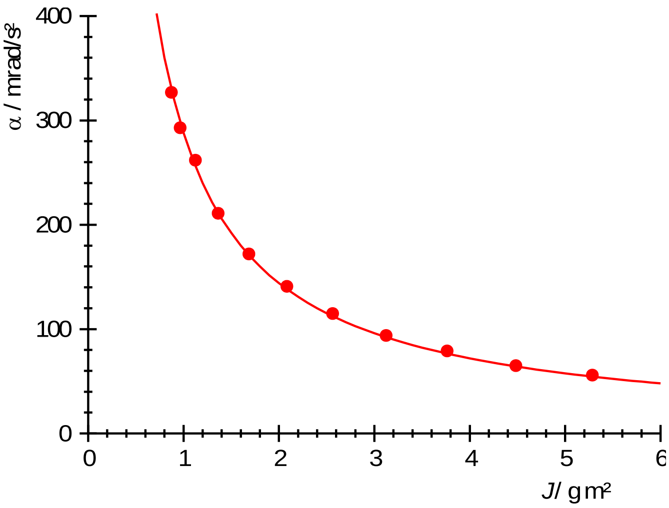

Fig. 5: Aceleração angular α em dependência do momento de inércia J.