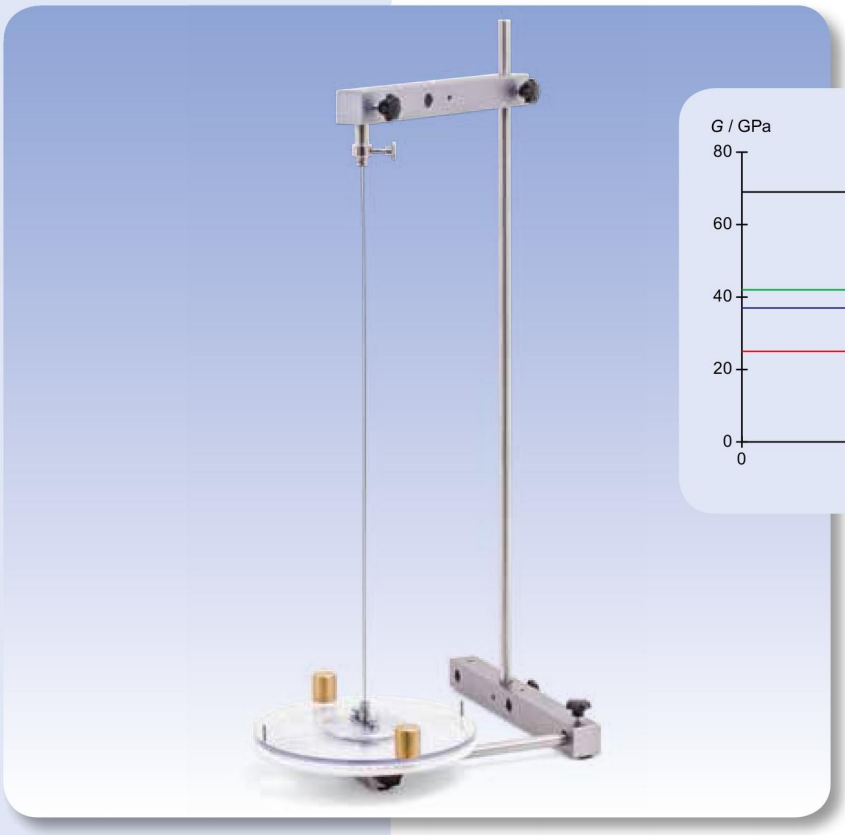
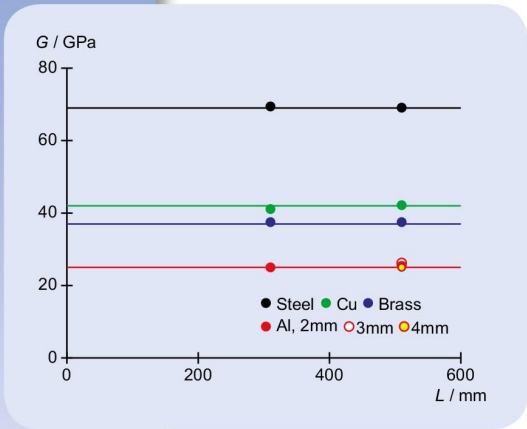
UE1090300 圆柱杆的扭转





目标

确定扭转系数和剪切模量

实验过程

- 确定圆柱杆的扭转系数与其长度的函数关系。
- 确定圆柱杆的扭转系数与其直径的函数关系。
- 确定由不同材料制成的圆柱体的扭转系数，同时确定其剪切模量。

概要

为了使得固体发生变形，需要对其施加外力。外力与固体自身的变形抗力发生作用，而变形抗力则与固体的制作材料相关，也与其几何形状以及施加力的方向相关。只要施加的力不太大，则变形就是可逆的，且与施加的外力成比例。经常用来开展研究的一个例子是，在一端固定的均匀圆柱杆上施加扭转力。通过构建一个能够让圆柱杆自身以及摆盘发生振荡的实验装置，然后测定振荡周期的方式，可针对圆柱杆的变形抗力的数值进行分析并进行确定。

所需装置

数量	描述	编号
1	扭转装置	**1018550**
1	扭转装置补充组	**1018787**
1	光电门	**1000563**
1	数字计数器（230 V，50/60 Hz）	**1001033 or**
	数字计数器（115 V，50/60 Hz）	**1001032**

基本原则

为了使得固体发生变形，需要对其施加外力。外力与固体自身的变形抗力发生作用，而变形抗力则与固体的制作材料相关，也与其几何形状以及施加力的方向相关。 只要施加的力不至于太大，则发生的变形都是弹性的、可逆的且与施加的力是成比例的。

经常用来开展研究的一个例子是，在一端固定的均匀圆柱杆上施加扭转力，因为这样可以对这一圆柱杆的扭转抗力进行数值分析。

2

其中也考虑了杠长L可分解为径向和圆柱部分。只要圆柱杆不发生弯曲，则在其非固定端施加的扭转力，使得杆在两个部分上出现小角度ψ扭曲， 其半径都是 r，扭角如下所列：

(1) $$\alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

（参见图1）。剪切应力如下所列：

(2) $$\tau_r = \frac{dF_{r,\varphi}}{dA_{r,\varphi}} = G \cdot \alpha_r$$

G: 圆柱杆材料的剪切模量

在圆柱杆面上以切线方向作用的力的分量$dF_{r,\phi}$

(3) $$\Delta A_{r,\varphi} = r \cdot d\varphi \cdot dr$$

由以下公式计算得出

(4) $$dF_{r,\varphi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\varphi \cdot dr$$

这样就易于计算为了使得半径为 r 的空心圆柱体沿着相应的转矩 dM_r 扭转角度 Ψ 所需要的力 dF_r ：

(5) $$dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

就半径为 r_0 的实心杆而言，其发生的扭转如下所列：

(6) $$M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi \quad \text{where} \quad D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

扭矩 M 与因为ψ扭转导致的扭转角成比例，也就是说，只要扭矩 M 不太大，扭转系数 D 是一个恒量。如果扭矩过高，则变形就会变成塑性形变，且不可逆。
为了在此实验中确定扭转系数，在杆的非固定端装上了一个摆盘。只要偏转角不太大，摆盘就会围绕着扭转轴以特定周期振荡。

(7) $$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}},$$

J: 摆锤盘的转动惯量

只要转动惯量已知，就可通过振荡周期确定扭转系数。为了得到更加准确的结果，整体惯性矩被分为摆盘的惯性矩 J_0 以及两个额外的砝码 m 的惯性矩，其处于围绕扭力轴的半径为 R 的位置：

(8) $$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

带有附加砝码的摆盘振荡周期 T 连同未加砝码的摆盘振荡周期 T_0 一并测量。

评价

用以确定扭转系数的方程可通过以下所列方程（7）和（8）获得：

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

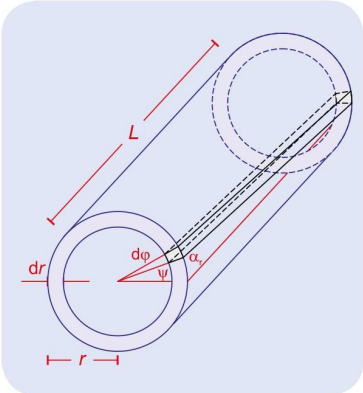


图 1：在长度为L、半径为r、外壳厚度为 d_r的空心圆柱体上施加扭力所需扭矩dM_r的计算示意图。

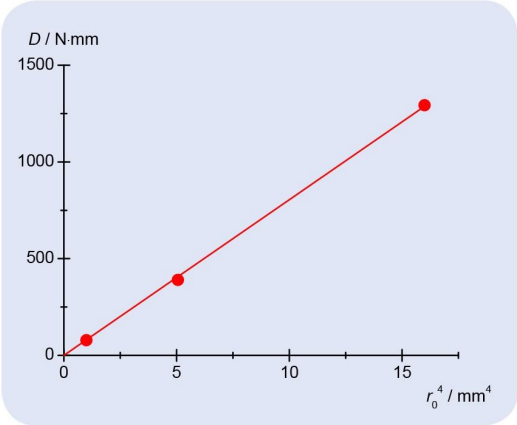


图 2：长度为500 mm的铝质杆的扭转系数与 r_0^4 的函数关系。

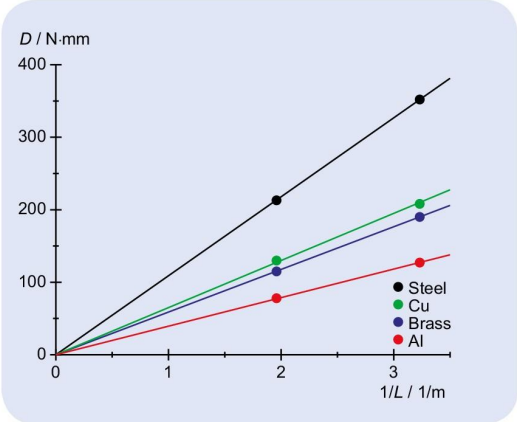


图 3：铝质杆的扭转系数与 1/L的函数关系。