
OBJETIVO

Determinação da grandeza de orientação angular e do módulo de cisalhamento

TAREFAS

- Determinação da grandeza de orientação angular de hastes circulares em dependência do comprimento.
- Determinação da grandeza de orientação angular de hastes circulares em dependência do diâmetro.
- Determinação da grandeza de orientação angular de hastes circulares de diferentes materiais e determinação do módulo de cisalhamento.

RESUMO

Para a deformação de um sólido, é necessária uma força externa. Contra ela, age a resistência à deformação do sólido dependente do material e da geometria do sólido, bem como da direção da força de ataque. A deformação é reversível e proporcional à força de ataque, desde que esta não seja grande demais. Um exemplo frequentemente analisado é a torção de uma haste circular homogênea unilateralmente tensionada. Sua resistência à deformação pode ser calculada analiticamente e determinada por construção de um sistema oscilante de haste e disco de pêndulo por meio da medição da duração da oscilação.

APARELHOS NECESSÁRIOS

Número	Instrumentos	Artigo N°
1	Aparelho de torção	U8557300
1	Conjunto de extensão do aparelho de torção	U8557430
1	Barreira luminosa	U11365
1	Contador digital (230 V, 50/60 Hz)	U8533341-230 ou
	Contador digital (115 V, 50/60 Hz)	U8533341-115

FUNDAMENTOS GERAIS

Para a deformação de um sólido, é necessária uma força externa. Contra ela, age a resistência à deformação do sólido dependente do material e da geometria do sólido, bem como da direção da força de ataque. A deformação é elástica, portanto reversível e proporcional à força de ataque, desde que esta não seja grande demais.

Um exemplo frequentemente analisado é a torção de uma haste circular homogênea unilateralmente tensionada, pois sua resistência à deformação pode ser calculada analiticamente. Para tanto, divide-se a haste circular por seções radiais e cilíndricas em pedaços com comprimento de haste L . Por meio da torção da haste na extremidade livre por um pequeno ângulo ψ , todos os pedaços com raio r são cisalhados pelo ângulo

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

(vide Fig. 1). Para isto, a tensão de cisalhamento

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,\phi}}{dA_{r,\phi}} = G \cdot \alpha_r$$

G : módulo de cisalhamento do material da haste

precisa ser aplicada, por meio do ataque da força parcial $dF_{r,\phi}$ em direção tangencial na área fronal

$$(3) \quad \Delta A_{r,\phi} = r \cdot d\phi \cdot dr$$

do pedaço. Obtém-se

$$(4) \quad dF_{r,\phi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\phi \cdot dr$$

e, a partir daí, calcula-se facilmente a força dF_r necessária para a torção de todo o cilindro oco com raio r pelo ângulo ψ e o torque pertinente dM_r :

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Para a torção do cilindro sólido com raio r_0 , vale, correspondentemente

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi \quad \text{com} \quad D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

A proporcionalidade entre o torque M e o ângulo de torção ψ é satisfeita, ou seja, a grandeza de orientação angular D é constante, enquanto o torque M não ficar forte demais. Com valores grandes demais, a deformação é plástica e irreversível.

Na experiência, para a determinação da grandeza de orientação angular, um disco de pêndulo é acoplado à extremidade livre da haste e oscila, com deslocamentos não muito grandes com duração de oscilação

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

J : momento de inércia do disco de pêndulo

ao redor do eixo de torção. A partir da duração da oscilação, pode-se calcular a grandeza de orientação angular com momento de inércia conhecido. Mais precisamente, divide-se o momento de inércia no momento de inércia J_0 do disco de pêndulo e o momento de inércia de dois pesos adicionais m , que são dispostos no raio R ao redor do eixo de torção:

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

e se mede a duração de oscilação T para o disco de pêndulo com peso adicional, bem como a duração de oscilação T_0 para o disco de pêndulo sem pes adicional.

AVALIAÇÃO

Para a grandeza de orientação angular, calcula-se, de (7) e (8), a equação de determinação

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

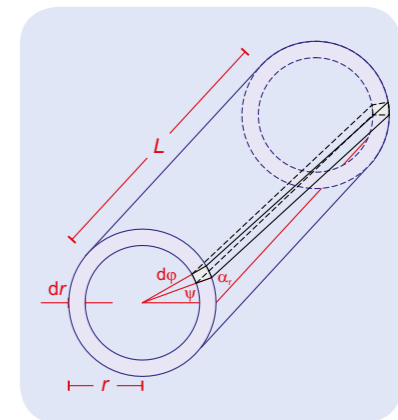


Fig. 1: Representação esquemática para o cálculo do torque dM_r necessário para a torção de um cilindro oco com comprimento L , raio r e parede dr .

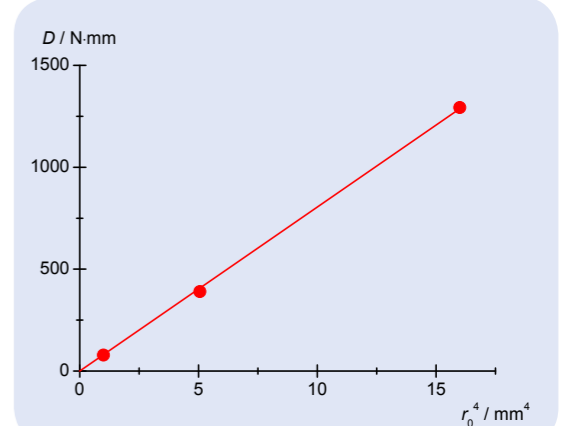


Fig. 2: Grandeza de orientação angular de hastes de alumínio com comprimento de 500 mm em dependência de r_0^4 .

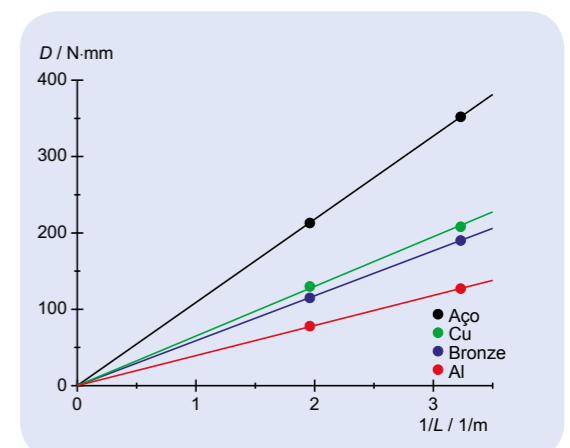


Fig. 3: Grandeza de orientação angular de hastes circulares em dependência de $1/L$.

