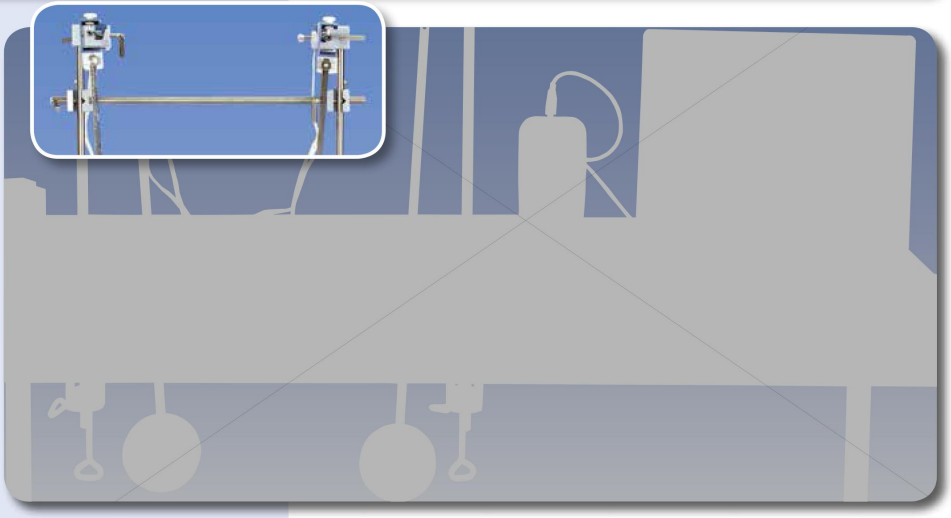
UE1050600 耦合振动



实验步骤

- 记录当耦合摆同相振动的振动，并测定周期 T_+
- 记录当耦合摆异相振动时的振动，并测定周期 T_-
- 记录一个耦合振动，并测定振动周期T和拍频周期 T_Δ
- 比较那些针对固有周期 T_+ 和 T_- 进行计算所得到的数值

实验目的

记录并评估两个相同耦合摆的振动。

概述

通过振动周期和拍频周期来区分两个相同耦合摆的振动。拍频周期是指当其中一个摆锤处于最小振幅时，实时两点之间的时间间隔。两个值可通过当耦合摆同相振动和异相振动时，耦合摆振动的固有周期进行计算。

所需仪器

数量	描述	型号
2	配备有角辨向器的摆锤杆 (230 V, 50/60 Hz)	**U8404275-230** 或
	配备有角辨向器的摆锤杆 (115 V, 50/60 Hz)	**U8404275-115**
1	螺旋弹簧 3,0 N/m	**U15027**
2	台钳	**U13260**
2	不锈钢杆 1000 mm	**U15004**
1	不锈钢杆 470 mm	**U15002**
4	通用夹	**U13255**
2	HF Patch Cord, BNC/4mm plug	**U11257**
1	3B NET*log*™ (230 V, 50/60 Hz)	**U11300-230** 或
	3B NET*log*™ (115 V, 50/60 Hz)	**U11300-115**
1	3B NET*lab*™	**U11310**

2

基本原理

由于两个耦合摆的振动，振动能量由一个摆锤传递给另一个摆锤，随后又传回第一个摆锤。如果两个摆锤相同且振动开始，那么一个摆锤最初处于静止位置而另一个摆锤则开始振动，能量实际上只在这个系统内部传递，也就是说一直都是当一个摆锤处于静止位置时，另一个摆锤处于最大振幅处。一个摆锤两次处于静止位置的时间间隔，或者更一般化地说，任何两个最小振幅之间的时间间隔被称为拍频周期 T_Δ。

两个相同的理想耦合摆的振动可被认为是两个固有振动的叠加。当两个摆都完全处于同相或完全处于异相状态时，可以观察到这些固有振动。在第一种情况下，如果不存在与另外一个摆锤耦合的情况，那么两个摆都将以各自的频率振动。在第二种情况下，耦合作用大，固有频率更大。所有其它振动都可以通过这两个固有振动的迭加进行描述。
摆的运动方程形式如下：

(1)
$$L\cdot\varphi_1 + g\cdot\varphi_1 + k\cdot(\varphi_1-\varphi_2)=0$$
$$L\cdot\varphi_2 + g\cdot\varphi_2 + k\cdot(\varphi_2-\varphi_1)=0$$

g: 重力加速度, L: 摆长度, k: 耦合常数
For the motions $\varphi_- = \varphi_1-\varphi_2$ and $\varphi_+ = \varphi_1+\varphi_2$
（开始时任意选择）运动的运动方程如下：

(2)
$$L\cdot\varphi_+ + g\cdot\varphi_+ = 0$$
$$L\cdot\varphi_- + (g+2k)\cdot\varphi_- = 0$$

变换等式得到：

(3)
$$\varphi_+ = a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t)$$
$$\varphi_- = a_-\cdot\cos(\omega_- t) + b_-\cdot\sin(\omega_- t)$$

产生角频率

(4)
$$\omega_+ = \sqrt{\frac{g}{L}}$$
$$\omega_- = \sqrt{\frac{g+2k}{L}}$$

分别为同相运动或异相运动的固有频率（异相运动$\varphi_+ = 0$，同相运动$\varphi_- = 0$）。
摆偏转可通过两种运动的和或差计算得到，得到如下结果。

(5)
$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t) + a_-\cdot\cos(\omega_- t) + b_-\cdot\sin(\omega_- t)\right)$$
$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t) - a_-\cdot\cos(\omega_- t) - b_-\cdot\sin(\omega_- t)\right)$$

参数 a_+, a_-, b_+ 和 b_- 是可从初始状态也就是当两个摆都处于 $t = 0$ 时计算得到的任意系数。
当摆锤1在时间0开始从静止位置移动到一个起始角速度 ψ_0。而摆锤2仍然处于静止位置时，可以非常简单地考虑到以下情况：

(6)
$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\psi_0}{\omega_+}\cdot\sin(\omega_+ t) + \frac{\psi_0}{\omega_-}\cdot\sin(\omega_- t)\right)$$
$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\psi_0}{\omega_+}\cdot\sin(\omega_+ t) - \frac{\psi_0}{\omega_-}\cdot\sin(\omega_- t)\right)$$

那么，两个摆的速度为：

(7)
$$\varphi_1 = \frac{\psi_0}{2}\cdot\left(\cos(\omega_+ t) + \cos(\omega_- t)\right)$$
$$\varphi_2 = \frac{\psi_0}{2}\cdot\left(\cos(\omega_+ t) - \cos(\omega_- t)\right)$$

重新整理等式，得到：

(8)
$$\varphi_1 = \psi_0\cdot\cos(\omega_\Delta t)\cdot\cos(\omega t)$$
$$\varphi_2 = \psi_0\cdot\sin(\omega_\Delta t)\cdot\cos(\omega t)$$

where (9)
$$\omega_\Delta = \frac{\omega_- - \omega_+}{2}$$
$$\omega = \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}$$

这与处于相同角频率 ω 的两个摆的振动相符合，其中速率振幅 ψ_1 和 ψ_2 调整为角频率 ω_Δ 时的速率振幅：

(10)
$$\psi_1(t) = \psi_0\cdot\cos(\omega_\Delta t)$$
$$\psi_2(t) = \psi_0\cdot\sin(\omega_\Delta t)$$

评价

方程 (4) 可用于计算同相和异相振动的固有振动周期 T_+ 和 T_-：

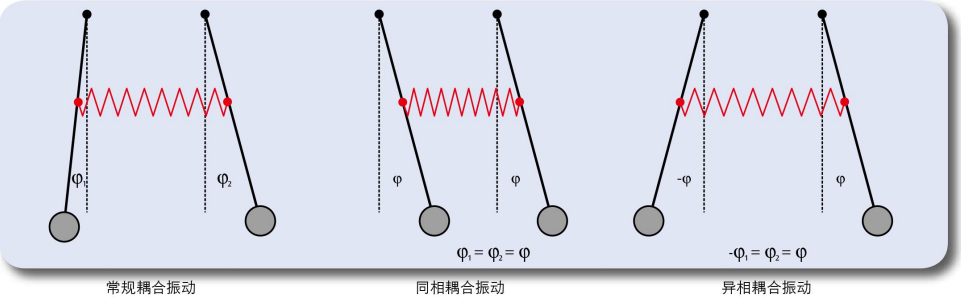
$$T_+ = \frac{2\pi}{\omega_+} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad 和 \quad T_- = \frac{2\pi}{\omega_-} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+2k}}$$

耦合振动周期 T，方程 (9) 暗含以下关系：

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{\pi}{T_+} + \frac{\pi}{T_-} \quad 并且由此可得 \quad T = 2\cdot\frac{T_+\cdot T_-}{T_- + T_+}$$

方程 (10) 中所给出的调幅通常按照周期 T_Δ 进行规定，其中周期 T_Δ 相当于当一个摆锤静止时的连续点之间的时间：

$$\frac{2\pi}{2T_\Delta} = \omega_\Delta = \frac{\pi}{T_-} - \frac{\pi}{T_+} \quad 并且由此可得 \quad T_\Delta = \frac{T_+\cdot T_-}{T_+ - T_-}$$



常规耦合振动　　同相耦合振动　　异相耦合振动