力学

旋转运动

匀加速旋转运动

验证牛顿运动方程

- 逐点绘制作为匀加速旋转的一个函数的旋转角度。
- 验证旋转角度和时间平方之间的比例
- 确定角加速度关于扭矩的函数，并验证其与牛顿运动方程的一致性。
- 确定角加速度关于转动惯量的函数，并验证其与牛顿运动方程的一致性。

UE104010
08/08 JS

基本原理

刚体围绕一条固定轴的旋转可以用类似于一维平移运动的方式来描述。只不过，在刚体围绕一条固定轴的旋转运动过程中，用旋转角度 ϕ 取代一维平移运动中物体的运动距离，用角速度 ω 取代线性速度 v，用角加速度 α 取代加速度 ，用刚体作用在刚体上的扭矩 M 取代加速度 F，并用刚体相对于旋转轴的转动惯量 J 取代惯性质量 m。

与牛顿平移运动定律相似，扭矩（转矩）M（作用于具有转动惯量 J 的刚体上，使刚体能够旋转）与角加速度 α 之间具有如下关系

（1）$M = J \cdot \alpha$

如果所受的扭矩不变，那么刚体将进行角加速度不变的旋转运动。在实验中，可对位于空气轴承上的旋转系统（旋转系统位于空气轴承上摩擦力非常小）进行研究得到这个结果。在 ω = 0 时，起始角速度 t0 =0 ，且在时间 t 时，刚体旋转的角度为：

（2）$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$

图 1: 匀加速旋转运动研究所采用的实验设置

所需仪器

1 位于气床上的旋转系统（230 V, 50/60 Hz）U8405680-230 或
位于气床上的旋转系统（115 V, 50/60 Hz） U8405680-115
1 激光反射传感器 U8533380
1 数字计数器（230 V, 50/60 Hz） U8533341-230 或
数字计数器（115 V, 50/60 Hz） U8533341-115

扭矩 M 由从刚体旋转轴到加速物体的距离 rM 以及这段距离上的加速物体的质量 m_M 产生，因此可以得到：

（3） $M = r_M \cdot m_M \cdot g$

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$:重力加速度不变

如果在旋转系统中，在距离旋转轴相同距离 r_J 的水平杆上增加两个额外重量 m_J ，那么转动惯量增加为：

（4） $J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2$

J_0:未增加额外重量的转动惯量

提供用于产生加速力并增加转动惯量的重量。同时，也可以改变距离 r_M 和距离 r_J 。从而，研究角加速度与扭矩和转动惯量的依赖关系，进而验证三者之间的关系(1)。

装置安装

• 按照指示表所述方式安装“气垫上的旋转系统”，并将其水平放置。
• 在系统上放置带水平杆的旋转盘，并在上面固定好滑轮组。
• 在启动/关闭单元装置的侧架上布置激光反射传感器。
• 把启动/关闭单元装置的释放手柄移动到其上部位置。
• 打开鼓风机并移动启动/关闭单元装置，从而使其指针触碰到旋转盘的边缘，并避免其任意转动。
• 使盘进行旋转，直至指针指向零度（0°）位置。
• 留意观察插口的颜色编码，把启动/关闭单元装置与数字计数器的“启动”输入端相连，并把激光反射传感器与其“关闭”输入端相连。
• 确定激光反射传感器的位置，从而使光束在旋转盘的 0° 标记位置穿过小孔。
• 把数字计数器的功能选择开关移动到 Δt_{AB} / ms 位置。

实验程序

a）逐点绘制匀加速运动曲线：

• 把线绳缠绕在滑轮组(r_M = 10 mm)的中间凹槽以及其他滑轮之上，并悬挂总质量为 3 g (m_M = 3 g)的砝码。
• 使盘进行旋转，达到起始角度（ϕ)为 10° 的位置。
• 按压杠杆，开始旋转，并等待直到数字计数器完成时间测量。
• 读取时间 t 并把数值填写到表 1 中。
• 把角度ϕ设置为 40° 、90° 和 250° 来进行类似的时间测定，并把结果填入到表 1 中。

b）测定角加速度与外加力矩之间的函数关系：

通过测定旋转角度为 90° ，变量 M 和 J 为各种不同值时所需要的时间 t，进而测定以 M 和 J 为变量的角加速度 α 的函数。在这种特殊情况下，角加速度为

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90°)^2}$$

• 使盘进行旋转，达到起始角为 90° 的位置。
• 把一个 1g 的砝码悬挂在线上(质量 m_M = 1g)。
• 按压释放杆，开始旋转，并等待直到数字计数器完成时间测量。
• 读取时间 t(90°)并把数值填入到表 2a 之中。
• 在砝码质量 m_M =2 g、3 g 和 4 g 的条件下进行类似的时间测量，并把结果填入到表格 2a 之中。
• 使用时间测量数值来计算角加速度 α，并把数值填入表 2a 中。
• 把线绳缠绕在滑轮组中最小的滑轮上（r_M = 5 mm)，并在上面悬挂总质量为 3 g (m_M = 3 g)的砝码。
• 再次测定盘旋转 90° 所需时间 t(90°)，并把数值填入表 2b 中。
• 在滑轮半径 r_M =15 mm 的情况下进行相同的时间测定，并把结果填入到表 2b 之中。
• 使用时间测定数值来计算角加速度 α，并将数值填入表 2b 中。

c）测定角加速度与转动惯量之间的函数关系：

• 把线绳缠绕在滑轮组中等大小的滑轮上（r_M = 10mm)，并在上面悬挂总质量为 3g (m_M = 3g)的砝码。
• 测量盘旋转 90° 所需要的时间 t(90°)，并把数值填入表 3 中。
• 把两个附加砝码 m_J = 50g 对称悬挂在水平杆上，距离为 r_J = 30mm。
• 测定时间 t(90°)并把数值填入表 3 中。
• 以 20 毫米为单位，增加距离 r_J，测定各种情况下的时间 t(90°)，并把结果填入表 3 中。

示例测量

a）逐点绘制匀加速旋转运动的曲线：

表 1: 匀加速旋转运动中的旋转角ϕ以及时间 t

ϕ	t/ms	ϕ	t/ms
0°	0	90°	3078
10°	1025	160°	4132
40°	2038	250°	5184

b）测定角加速度与外加力矩之间的函数关系：

表 2 a: 角加速度 α 与外加力矩 M 之间的函数关系（使用方程 3 计算)。在各种情况下都在相同半径 r_M= 10 mm 位置施加力。

m_M/g	M/mN mm	t(90)/s	α /rad/s²
1	98	5.2	0.12
2	196	3.8	0.22
3	294	3.1	0.33
4	392	2.6	0.46

表 2 b：角加速度 α 与外加力矩 M 之间的函数关系(使用方程 3 计算)。在各种情况下都在相同悬挂砝码质量 m_M = 3g 的条件下施加力.

r_M/mm	M/mN mm	t(90°)/s	α /rad/s²
5	147	4.4	0.16
10	294	3.1	0.33
15	441	2.5	0.50

c）测定角加速度与转动惯量之间的函数关系：

表 3：角加速度 α 与转动惯量 J 之间的函数关系（使用方程 4 计算，其中 J_0 = 0.873gm²).参数：m_M = 3g，r_M = 10mm，m_J = 50g

r_J/mm	J/g m²	J_{total}/g m²	t(90°)/s	α /rad/s²
0	0.000	0.873	3.098	0.33
30	0.090	0.963	3.277	0.29
50	0.250	1.123	3.46	0.26
70	0.490	1.363	3.857	0.21
90	0.810	1.683	4.276	0.17
110	1.210	2.083	4.724	0.14
130	1.690	2.563	5.231	0.11
150	2.250	3.123	5.778	0.09
170	2.890	3.763	6.307	0.08
190	3.610	4.483	6.93	0.07
210	4.410	5.283	7.481	0.06

评价

a）匀加速旋转运动的数值分析与图形分析：

方法 1，数值分析：

计算时间与旋转角 ϕ_0 = 10°，ϕ_1= 40°，ϕ_2 = 90° 和 ϕ_3 = 250°

$$\frac{t(4\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)}=\frac{2038ms}{1025ms}=2.0,\frac{t(9\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)}=\frac{3078ms}{1025ms}=3.0,$$

$$\frac{t(4\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)}=\frac{4132ms}{1025ms}=4.0,\frac{t(25\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)}=\frac{5184ms}{1025ms}=5.1$$

在测量准确度的限值范围之内， 旋转角度比值为 1 ： 4 ： 9 ： 16 ： 25，相应的旋转时间的比值为 1 ： 2 ： 3 ： 4 ： 5。因此，旋转角与时间的平方成比例：$\phi \propto t^2$.

方法 2，图形分析：

实验数据可以角度与时间对应的曲线图来呈现。这些点构成抛物线，表明旋转角ϕ并不是时间 t 的线性函数（参见图 2)：

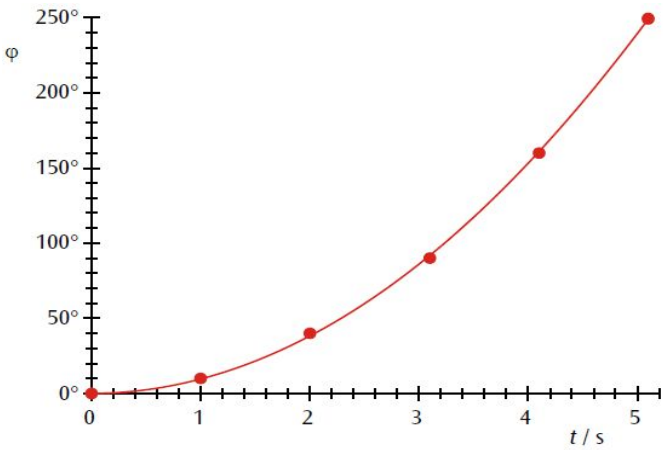

图 2：在匀加速旋转运动中，旋转角度关于时间的函数

绘制旋转角与时间的二次方对应的函数关系，为直线关系（参见图 3)：

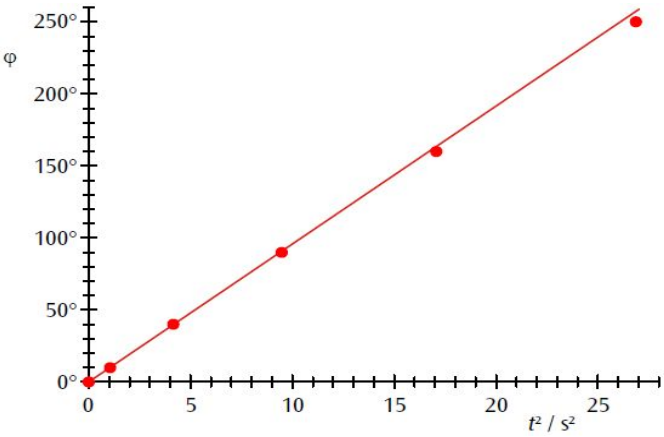

图 3：旋转角与时间的二次方的函数关系

一条穿过原点的直线与实验数据相吻合，因此验证了方程 2。可通过该直线的斜率 A 来计算角加速度：

$$\alpha = 2\cdot A = 18.58\frac{grd}{s^2} = 0.326\frac{rad}{s^2}$$

b）测量角加速度与外加力矩之间的函数关系：

图 4 以旋转角与力矩之间对应的绘图来呈现表 2a 和 2b 中的数据。在测量准确度范围限值之内，它们与穿过原点的一条直线相吻合，因此验证了方程 1。

$$\alpha = \frac{1}{0..873gm^2}\cdot M$$

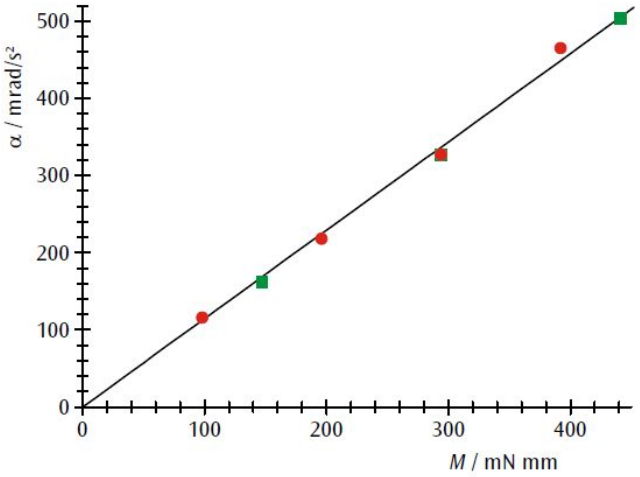

图 4：角加速度 α 关于扭矩 M 的函数(●:r_M = 10 mm■: m_M = 3 g)

c）测量角加速度与转动惯量之间的函数关系：

通过图 4 经过原点的直线的斜率，将带有水平杆的旋转盘的转动惯量计算为 J0 = 0.873 g m²。该数值用于计算表 3 中的总转动惯量 J。图 5 以角加速度与转动惯量之间对应的绘图来呈现表 3 中的数据。在测量准确度限值的范围之内，它们与所绘制的双曲线相吻合，这样就再次验证了方程 1。

$$\alpha = \frac{294mNmm}{J}$$

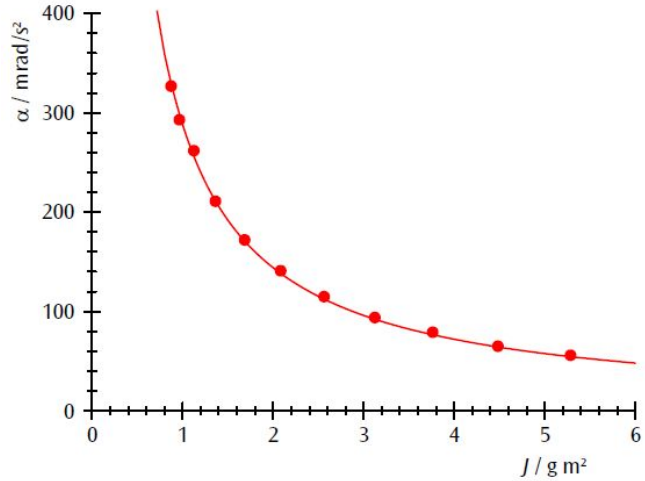

图 3：角加速度 α 关于转动惯量 J 的函数

3B Scientific GmbH, Rudorffweg 8, 21031 Hamburg, Germany, www.3bscientific.com
© Copyright 2008 3B Scientific GmbH