力学

平移运动

开普勒第二定律

证实中心力运动（开普勒第二定律）的等面积法则

- 通过粉末标记法记录摆锤椭圆震荡
- 比较与摆锤静止位置距离最小和距离最大时的摆锤速率
- 分别测定当与摆锤静止位置距离最小和距离最大时，每个时间间隔的摆锤半径矢

UE103070
08/08 JS

基本原理

当一个行星绕着太阳运动时，角动量始终保持不变，因为作用在行星上的力一直都向着中心方向。从这里，我们可以直接概括出行星的轨道必须处于一个固定的平面上。从这点，也可以得到开普勒第二定律，等面积法则，说明照射在这颗行星上的太阳光在相同的时间间隔内扫过的面积相同。

等面积法则的正确性并不会受到中心力对中心距离的依赖性的精确形式的影响，而仅仅取决于力中心周围的轨道的形状。因此，只要摆锤与垂线的偏转角不是非常明显，等面积的法则也适用于静止位置周围的摆锤的椭圆震荡。摆锤的移动通常被精确地限制在一个水平面上（参见图 1），并且在摆锤的由半径矢量定义的轨道的任何点上，将有一个水平约束力 F 直接指向静止位置，约束力 F 的大小由下式决定：

（1） $$F = \frac{\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}}{\mathrm{d}}\cdot\mathrm{r}$$

g:重力加速度，d:摆锤长度

m:摆锤重量

角动能，计算如下：

（2） $$L = m\cdot r(t)\times\frac{\Delta r(t)}{\Delta t}$$

仍然不受力 F 的影响。因此，由半径矢量 **r**(t) 在每个时间间隔 Δt 所扫过的面积 ΔA 也仍然保持不变：

（3） $$\Delta A = \frac{1}{2}\cdot|r(t)\times\Delta r(t)| = \frac{1}{2}\cdot r(t)\cdot\Delta r(t)\cdot\sin\alpha$$

（参照图 2）

在实验中，摆锤的运动通过粉末标记法进行记录。在这个方法中，连接在摆锤上的记录电极将在覆盖有硫磺细粉的绝缘轨道盘上方滑行。在电极和轨道盘之间以电源频率施加交流电压，从而使硫磺粉末可以根据极性的改变而交替吸附和落下。这就可以得到由时标组成的轨迹图，并通过这些轨迹的距离，可以测定摆锤的速率。

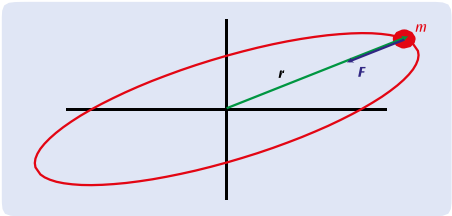

图 1：首先，绘制图示，并测定记录轨迹的中心以及轨道上这些与中心的

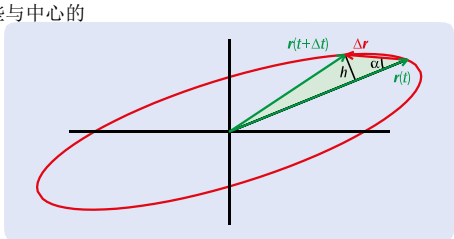

图 2：在时间间隔 Δ t 里，摆锤的半径矢量扫过的面积

所需仪器

1 用于粉末追踪的设备套件 U8400870

1 带测绘电极的摆锤 U8405640

2 三脚架 150 mm U13270

2 不锈钢杆 1000 mm U15004

1 不锈钢杆 750 mm U15003

3 通用夹 U13255

装置安装

图 3: 实验装置

• 把两个长的立杆垂直夹于三脚架的底座之上，把较短的立杆水平夹在两个直立杆顶端附近（参见图 3）。

• 用刷子在整个示踪板上涂上薄薄的一层硫磺粉，尽可能均匀细腻。

• 把金属钉固定在第三个通用卡箍的摆链上端以悬挂摆锤。

• 把示踪板放置于两个三脚架的底座之间，并把摆锤放置于示踪板上部的中心位置。

• 松开示踪电极的闭锁挡块。

• 垂直移动水平杆并使通用卡箍绕杆转动，以此调节摆锤的高度，从而使得即使在摆锤偏离其静止位置时，示踪电极都可与示踪板发生接触。

实验程序

• 把变压器与电源相连。

• 把接线的一个插头插入粉末示踪板的插孔中，并使另一个插头与立杆夹紧，确保存在电接触。

• 推动摆锤，使其在椭圆轨迹上来回摆动，在沿着两个主轴的半径之间存在明显差异。

• 摆锤摆动了一个椭圆或者最多不超过两个椭圆之后，使摆锤停止摆动并停止示踪过程。

评价

首先绘制一个图形，确定所记录路径的中心，以及轨道上与距离中心最近和最远位置相对应的点。（参见图 4）。

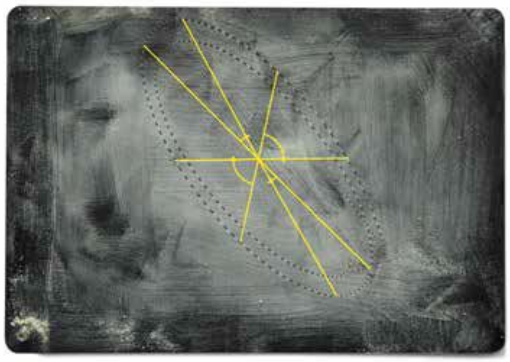

图 4: 使用电源频率时间指示器对摆锤进行示踪（黄色线段展示的是在距离中心最近和最远处，在 10 个时间标记间隔期间，由向径扫过的面积）

在轨道每个点的位置，都可以确定在交流电压的 10 个周期中，由向径扫过的面积。（参见图 4）。

为简单起见，将它们大致看作三角形，以计算其面积。该估算方法忽略了因路径的弯曲度所产生的影响。

可对上述影响进行第二次估算，同样将其视为底边长为 g 的三角形（参见表 1）。

在摆的运动过程中，通过第一次估算和第二次估算得到的两个三角形面积之和F逐渐变小(参见表1)，同时摆锤的角动量也因摩擦力的作用而逐渐降低。

表 1: 10 个时间标记间隔中向径扫过的面积 F 的测量 intervals

	第一次估算		第二次估算		总和
g/mm	h1/mm	F1/mm²	h2/mm	F2/mm²	F/mm²
37	125	2310	7	130	2440
87	53	2310	3	130	2440
34	122	2070	7	120	2190
82	51	2090	2	80	2170

3B Scientific GmbH, Rudorffweg 8, 21031 Hamburg, Germany, www.3bscientific.com
© Copyright 2008 3B Scientific GmbH