UE1030700 ZWEITES KEPLER'SCHES GESETZ

ZIEL

Bestätigung des Flächensatzes für Zentralkraftbewegungen (Zweites Kepler'sches Gesetz).

ZUSAMMENFASSUNG

Als Beispiel für eine Zentralkraftbewegung wird die elliptische Bewegung eines Pendelkörpers nach der Staubmarkenmethode aufgezeichnet. Dabei entsteht eine Spur mit Zeitmarken, aus deren räumlichem Abstand die Geschwindigkeit des Pendelkörpers unmittelbar abgelesen werden kann. Außerdem zeigt eine einfache grafische Auswertung, dass die vom Radiusvektor des Pendelkörpers pro Zeitintervall überstrichene Fläche konstant und somit unabhängig von der Länge des Radiusvektors ist.

AUFGABEN

- **Aufzeichnung der elliptischen Schwingung eines Pendels nach dem Staubmarkenverfahren.**
- **Vergleich der Geschwindigkeiten des Pendelkörpers bei minimalem und bei maximalem Abstand zur Ruhelage.**
- **Bestimmung vom Radiusvektor des Pendelkörpers pro Zeitintervall überstrichenen Fläche bei minimalem und bei maximalem Abstand zur Ruhelage.**

BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	Art.-Nr.
1	Gerätesatz zur Staubmarkenregistrierung	**1000739**
1	Pendel mit Schreibelektrode	**1000780**
2	Stativfüße, 3-Bein, 150 mm	**1002835**
2	Stativstangen, 1000 mm	**1002936**
1	Stativstange, 750 mm	**1002935**
3	Universalmuffen	**1002830**

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der Bewegung eines Planeten um die Sonne bleibt der Drehimpuls erhalten, da die auf den Planeten wirkende Kraft stets zum Zentrum der Bewegung gerichtet ist. Daraus lässt sich unmittelbar schlussfolgern, dass die Planetenbahn in einer festen Ebene liegen muss. Außerdem lässt sich das auch als Flächensatz bekannte zweite Kepler'sche Gesetz ableiten, wonach der Verbindungsstrahl von der Sonne zum Planeten in gleichen Zeitintervallen gleiche Flächen überstreicht.

Für die Gültigkeit des Flächensatzes spielt die genaue Abhängigkeit der Zentralkraft vom Abstand zum Kraftzentrum keine Rolle. Diese legt lediglich die Form der Bahn um das Kraftzentrum fest. So gilt der Flächensatz auch für die elliptischen Schwingungen eines Pendels um die Ruhelage, solange dessen Auslenkungswinkel nicht zu groß ist. Der Pendelkörper bewegt sich annähernd in einer horizontalen Ebene (siehe Abb. 1) und an jedem Bahnpunkt $\boldsymbol{r}$ wirkt eine rücktreibende Kraft

(1) $$\boldsymbol{F} = -\frac{m \cdot g}{d} \cdot \boldsymbol{r}$$

g: Fallbeschleunigung,
d: Pendellänge,
m: Masse des Pendelkörpers

die zur Ruhelage des Pendels hin gerichtet ist. Diese Kraft lässt den Drehimpuls

(2) $$\boldsymbol{L} = m \cdot \boldsymbol{r}(t) \times \frac{\Delta \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}$$

des Pendelkörpers unverändert. Daher ist auch die vom Radiusvektor $\boldsymbol{r}(t)$ pro Zeitintervall Δt überstrichene Fläche konstant (siehe Abb. 2).

(3) $$\Delta A = \frac{1}{2} \cdot \left| \boldsymbol{r}(t) \times \Delta \boldsymbol{r}(t) \right| = \frac{1}{2} \cdot r(t) \cdot \Delta r(t) \cdot \sin\alpha$$

Im Experiment wird die Bewegung des Pendelkörpers nach der Staubmarkenmethode aufgezeichnet. Dazu gleitet die Schreibelektrode des Pendelkörpers auf einer isolierten Spurenplatte, die mit feinem Schwefelstaub bedeckt ist. Eine mit der Frequenz der Netzwechselspannung alternierende Spannung zwischen Schreibelektrode und Spurenplatte bewirkt je nach Polarität die elektrostatische Anziehung oder Abstoßung des Schwefelstaubes. Es wird eine Spur aus Zeitmarken aufgezeichnet, aus deren räumlichem Abstand unmittelbar die Geschwindigkeit des Pendelkörpers abgelesen werden kann.

AUSWERTUNG

Zunächst ermittelt man grafisch das Zentrum der aufgezeichneten Spur und die Orte der Bahnkurve, an denen der Abstand zum Zentrum maximal bzw. minimal ist.
Für diese Orte der Bahnkurve wird die in 10 Schwingungsperioden der Wechselspannung vom Radiusvektor überstrichene Fläche bestimmt, wobei diese Fläche der Einfachheit halber als Dreieck angesetzt wird.

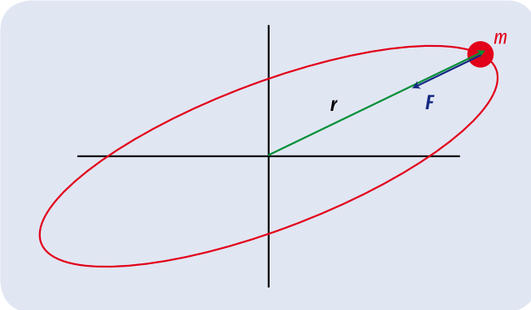

Abb. 1: Elliptische Schwingung des Pendelkörpers von oben betrachtet.

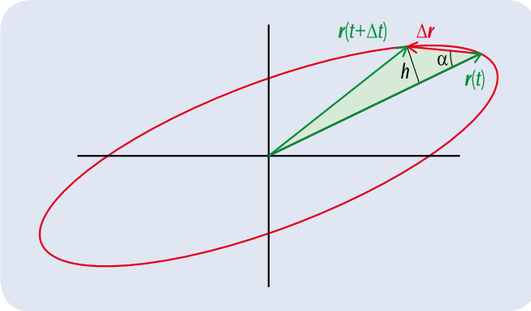

Abb. 2: Vom Radiusvektor des Pendelkörpers im Zeitintervall Δt überstrichene Fläche.

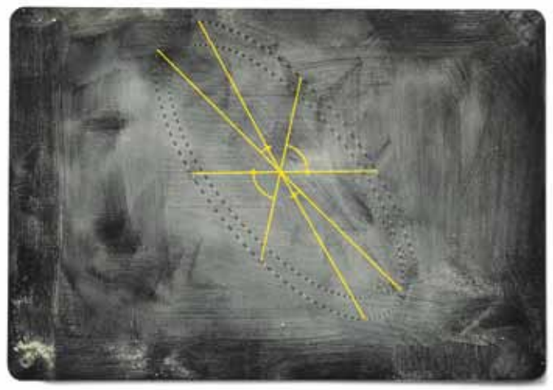

Abb. 3: Messbeispiel mit Auswertung.