力学

平移运动

倾斜发射

逐点法绘制抛物线轨迹

- 测定作为抛射角度和初速度函数的弹道宽度。
- 通过抛物线的最大宽度计算初速度。
- 逐点法绘制作为抛射角度和初速度函数的“抛物线”轨迹。
- 验证叠加原理。

UE103040
08/08 JS

基本原理

根据叠加原理，将处于地球重力场中的球体与水平面成一个角度往上抛射，这个球体所做的运动是匀速直线运动和自由落体运动的组合。这将会产生抛物线飞行曲线，这条曲线的高度和宽度取决于抛射角 α 和初速度 v_0。

计算理论飞行曲线时，为了方便，我们将球体的中心定为坐标系的圆点，并忽略空气对球体的摩擦阻力。因此，球体在水平方向仍保持它的初速度。

（1） $v_x(0) = v_0 \cdot \cos\alpha$

因此，在时间 t 时，水平飞行距离为：

（2） $x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$

在垂直方向，由于重力场的影响，球体受到重力加速度 g 的作用。因此，在时间 t 时，球体的垂直速度为：

(3) $v_y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$

并且，垂直飞行距离为：

(4) $y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

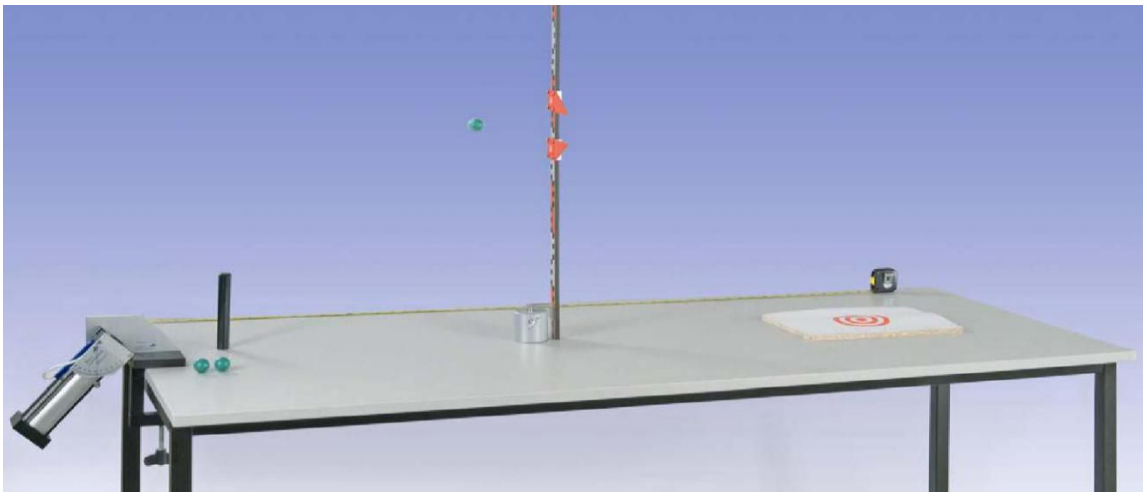

图 1：抛物线轨迹逐点测量装置

所需仪器

1 抛射体发射仪	U10360
1 固体抛射体发射仪的夹具	U10361
1 竖尺，1 m	U8401560
1 一套用于竖尺的游码	U8401570
1 圆筒支脚，900 g	U13265
1 卷尺，2 m	U10073

球体的飞行曲线是一条抛物线，因为遵循方程：

（5） $$y(x) = \tan\alpha \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} \cdot x^2$$

当处于所给时间 t_1 时：

（6） $$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

球体达到抛物线的最高点，当处于所给时间 t_2 时：

（7） $$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

球体又重新回到起始高度 0。因此，抛物线高度为：

（8） $$h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2\alpha$$

且宽度为：

（9） $$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

在实验中，将木质球的飞行高度作为抛射角度和初速度的函数，并使用配有两个指针的高度比例尺逐点进行测定。抛物线的水平分量 x 由使用卷尺测量的与发射器支架右侧边缘之间的水平距离 X 决定：

（10） $$x = X + 110mm$$

假定小球精准通过了缝隙的中心，通过两个指针的位置 Y_1 和 Y_2 计算获得垂直分量 y。计算必须考虑以下事实：高度测量的 0 位置位于台面的上边缘，而小球是从高于 0 位置 37.5 mm 的位置开始运动的：

（11） $$y = \frac{Y_2 + Y_1}{2} - 37.5mm$$

计算值与真值之间的最大偏差为：

（12） $$\Delta y = \frac{Y_2 - Y_1}{2} - 12.5mm$$

装置安装

- 把抛物发射器的支架夹在实验台的边缘上，实验台的长度至少为 2 米，并按照指示表所示安装发射器。
- 从发射器支架的右侧边缘开始，打开测量卷尺，并把它固定在台面上。
- 如图 2 所示安装靶板，靶板的支架高度为 25 mm，靶板与抛物发射器保持一定的距离。
- 在靶板后面安装一块板，从而在小球弹出靶板时可将其接住。

图 2：用于接住小球的靶板

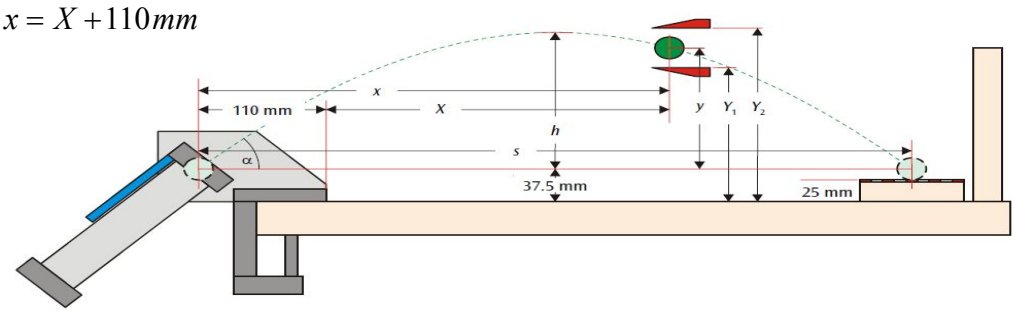

图 3：实验示意图

安全说明

虽然发射出的小球动能不是很高，但必须确保不会击中人的眼睛。

• 不可直接从发射器查看抛体的路径。

• 只能通过旁边的小孔查看发射器中小球的位置。

• 在发射小球之前，应确保无人处于其飞行路径上。

实验程序

测量射程或通过的距离与发射角之间的函数关系：

• 把发射角 α 设置为 30°。

• 把靶板放在约 1 米远处。

• 如指示表所示，准备好抛物发射器，使其弹簧张力为最小值。

• 放开小球并观察其抛物线。

• 把靶板移动到小球落地的位置。

• 重复发射小球，并重新确定靶板的位置，直到小球落在靶板中心。

• 测量与靶板中心的距离 X，并把数值填入表格 1 中。

测量最大射程与初速度之间的函数关系：

• 把发射角 α 设置为 45°。

• 如指示表所示，准备好抛物发射器，使其弹簧张力为中间值。

• 放开小球并观察其抛物线。

• 把靶板移动到小球落地的位置。

• 重复发射小球，并重新确定靶板的位置，直到小球落在靶板中心。

• 测量与靶板中心的距离 X，并把数值填入表格 2 中。

• 把弹簧张力设置为最大值，进行相同的测量。

• 使用公式(10)，通过表格 2 中的 X 数值计算最大射程 smax，并把计算值填入表格中。

• 把发射角 α 设置为 45°、60° 和 75° 进行相同的测量。

• 使用公式(10)，通过表格 1 中的 X 数值计算抛体射程 s，并把计算值填入表格中。

逐点绘制与发射角成函数关系的抛物线轨迹：

• 将发射角 α 设置为 30°，确定靶板的位置，使弹簧张力最小时，小球落在靶板中心。

• 在支架底座上安装一个垂直标尺，并将其放置于 X =100 mm 的位置。

• 在 Y1 = 110 mm 和 Y2 = 140 mm 的位置处安装成对的指针。

• 在弹簧张力最小时发射小球，并检查其行进路径是否无任何障碍，以及是否落在靶板中心。

• 如有必要，应校准指针的位置，直至小球无障碍通过并落在靶板中心。

• 在表格 3 中填入数值 X、Y1 和 Y2，并以此计算出 x、y 和 Δy。

• 以 50 mm 为单位增加距离 X，每次都应校准指针的位置，直至在弹簧张力最小时，小球落在靶板中心。

• 把发射角 α 设置为 45°、60° 和 75°，进行相同的测量，并把结果填写到表格 4、5 和 6 之中。

• 在可供使用的实验空间范围内增加弹簧张力，进行相同的测量。

测量示例

测量射程与发射角的函数关系：

表格 1:初速度最小时射程 s 与发射角的函数关系

α	X/mm	S/mm
30°	920	1030
45°	1100	1210
60°	910	1020
75°	465	575

表格 2: 最大射程 smax 与初速度的函数关系

弹簧张力设置	X/mm	S_{max}	V_0/m/s
1	1100	1210	3.45
2	2230	2340	4.79
3	4490	4600	6.72

逐点绘制与发射角成函数关系的抛物线轨迹：

表格 3：发射角 α = 30° 时的抛物线坐标

X/mm	x/mm	Y_1/mm	Y_2/mm	y/mm	Δ y/mm
100	210	110	140	87.5	2.5
150	260	135	165	112.5	2.5
200	310	155	185	132.5	2.5
250	360	165	195	142.5	2.5
300	410	175	205	152.5	2.5
350	460	180	210	157.5	2.5
400	510	185	215	162.5	2.5
450	560	185	215	162.5	2.5
500	610	180	210	157.5	2,5
550	660	175	205	152.5	2.5
600	710	165	200	145.0	5
650	760	150	185	130.0	5
700	810	140	170	117.5	2.5
750	860	120	155	100.0	5

表格 4：发射角 α = 45° 时的抛物线坐标

X/mm	x/mm	Y_1/mm	Y_2/mm	y/mm	Δ y/mm
0	110	120	155	100	5
50	160	160	195	140	5
100	210	195	225	172,5	2.5
150	260	225	260	205	5
200	310	255	290	235	5
250	360	275	310	255	5
300	410	295	330	275	5
350	460	310	345	290	5
400	510	325	355	302.5	2.5
450	560	330	360	307.5	2.5
500	610	330	360	307.5	2.5
550	660	325	355	302.5	2.5
600	710	320	350	297.5	2.5
650	760	310	340	287.5	2.5
700	810	290	320	267.5	2.5
750	860	270	305	250	5
800	910	245	285	227.5	7.5
850	960	220	255	200	5
900	1010	185	225	167.5	7.5
950	1060	145	190	130	10
1000	1110	110	150	92.5	7.5

表格 5：发射角 α = 60° 时的抛物线坐标

X/mm	x/mm	Y_1/mm	Y_2/mm	y/mm	Δ y/mm
0	11	195	245	182.5	12.5
50	16	260	305	245	10
100	21	310	350	292.5	7.5
150	26	370	410	352.5	7.5
200	31	405	440	385	5
250	36	440	485	425	10
300	41	465	495	442.5	2.5
350	46	480	510	457.5	2.5
400	51	480	510	457.5	2.5
450	56	475	505	452.5	2.5
500	61	460	490	437.5	2.5
550	66	435	470	415	5
600	71	405	445	387.5	7.5
650	76	355	400	340	10
700	81	310	355	295	10
750	86	245	295	232.5	12.5
800	91	170	240	167.5	22.5

表格 6：发射角 α = 75° 时的抛物线坐标

X/mm	x/mm	Y_1/mm	Y_2/mm	y/mm	Δ y/mm
0	110	310	430	332.5	47.5
50	160	450	510	442.5	17.5
100	210	525	570	510	10
150	260	575	605	552.5	2.5
200	310	575	610	555	5
250	360	540	585	525	10
300	410	470	525	460	15
350	460	360	440	362.5	27.5
400	510	225	320	235	35

评价

测量射程与发射角之间的函数关系：

图 4 显示出射程与发射角 α 之间的函数关系，由表格 1 中的实验数据得到。使用公式(9)，由 v0 = 3.42 m/s 计算获得与实验点相拟合的理论曲线。

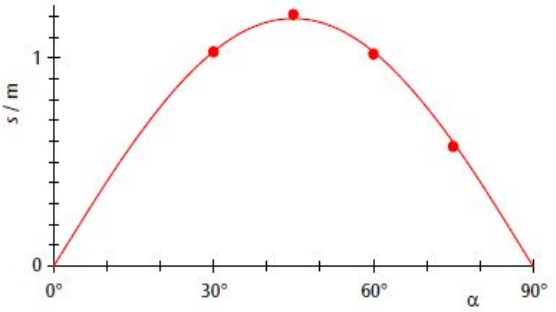

图 4: 射程距离与发射角之间的函数关系

在所有的抛物线轨迹中，发射角 α 为 45° 时，达到最大射程距离 smax。

测量最大射程 smax 与初速度 v_0之间的函数关系：

当抛射角 α 为 45° 时,所有飞行曲线达到最大宽度 smax。根据这个最大宽度，可以计算初速度。使用方程 9，我们可以得到：

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{\max}}$$

该计算结果如表格 2 中所示。

P 为不同的发射角逐点绘制 “抛物线”轨迹：

表 3 至表 6 中所列的轨迹数据在图 5 中以图形绘制出来。准确的分析表明，绘制出的轨迹与抛物线形状有轻微的偏离，这是空气阻力对小球产生摩擦阻力所致。

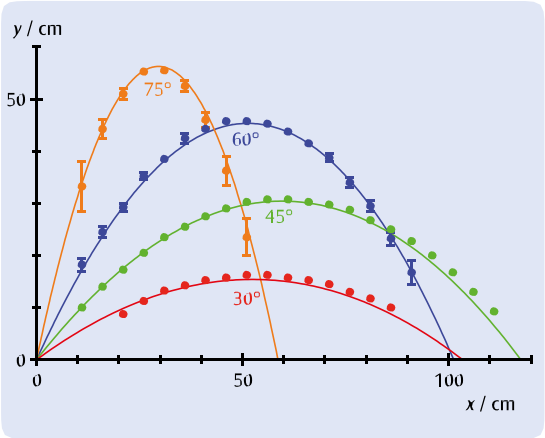

图 5:用实验方法分别测定最小初速度和不同抛射角度的飞行曲线，并与考虑了空气阻力的理论计算对比。